

Tematy zadań. Opracowania.

1. Udowodnij, że $\sqrt{7}$ jest liczbą niewymierną.
2. Udowodnij, że dla każdej naturalnej liczby n , liczba $10^n + 4^n - 2$ jest podzielna przez 6.
3. Wyznacz dziedzinę funkcji:
 - a) $f(x) = 4\sqrt{x}$
 - b) $g(x) = \frac{4\sqrt{x}}{x-2}$
 - c) $h(x) = \frac{x^2 + 4x - 3}{x^2 - 4x + 3}$
 - d) $m(x) = 2^{x+4} + (x+4)^2 + x^{\frac{1}{3}}$
 - e) $f(x) = \frac{2}{\sqrt{x^2 - 6x + 8}}$
 - f) $n(x) = \frac{\operatorname{tg} x}{\sin x - 2}$
 - g) $p(x) = \frac{1}{\log_2 x + 4}$
 - h) $r(x) = \frac{11}{\log_{\frac{10}{x}}(x-5)}$
4. Wyznacz wzór na n -ty wyraz ciągu określonego następująco:
$$\begin{cases} a_1 = 1 \\ a_{n+1} = a_n + 2n + 1, \quad n \in \mathbb{N} \end{cases}$$
5. Wyznacz teraz okres podstawowy funkcji $f(x) = \cos 3x$ i $f(x) = \sin px$, gdzie p jest liczbą dodatnią.
6. Rozwiąż równania i nierówności:
 - a) $|4x - 7| = 23$
 - b) $|4x - 7| = 0$
 - c) $|4x - 7| = -2$
 - d) $|1 - x| + 2x = -4$
 - e) $|x - 4| + x = 4$
 - f) $||x + 1| - 2| = 8$
 - g) $|x - 1| + |x - 5| = 10 - 2x$
 - h) $|2x + 12| \leq 22$
 - i) $10 - \left| \frac{5 - x}{4} \right| < 0$
 - j) $|1 - |x|| < 12$
 - k) $|x - 1| + |x - 5| \leq 10 - 2x$

7. Dany jest ostrosłup, którego podstawą jest romb o polu równym 196 cm^2 .

Jedna z przekątnych rombu jest dwukrotnie dłuższa od drugiej.

Wysokość ostrosłupa pada na jeden z wierzchołków podstawy przy kącie ostrym rombu. Najdłuższa z krawędzi bocznych jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem 30° . Oblicz długości wszystkich krawędzi ostrosłupa oraz jego objętość.