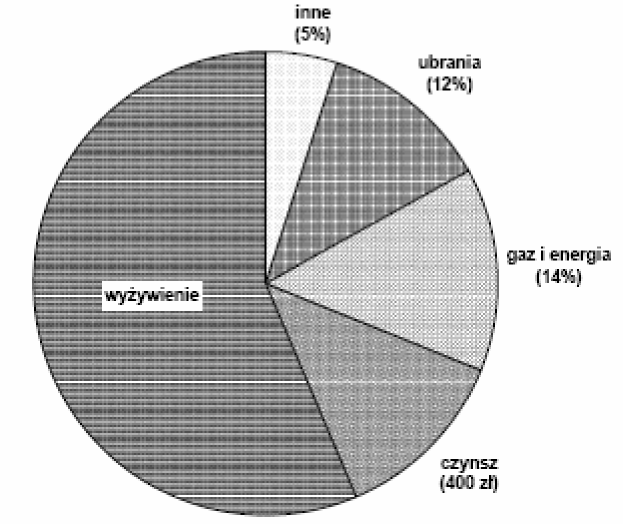
Tematy zadań – arkusze maturalne 1-5.

1. **Zestaw 1 (egzamin przeprowadzony 7 stycznia 2003 r.)**

Arkusz podstawowy

1) **Powierzchnia prostokątnej działki budowlanej równa się 1540 m^2. Oblicz wymiary tej działki wiedząc, że różnią się one o 9m.**
2) **Na wspólne konto państwa Kowalskich wpływają pieniądze z ich dwóch pensji miesięcznych, razem jest to kwota 3200 złotych. Na początku każdego miesiąca małżonkowie dzielą całość tej kwoty. Na diagramie kołowym przedstawiono strukturę planowanych, przez państwa Kowalskich, miesięcznych wydatków.**



Korzystając z tych danych:

a) **Oblicz, ile procent danej kwoty stanowią miesięczne wydatki państwa Kowalskich na wyżywienie.**
b) **Oblicz, ile pieniędzy wydają państwo Kowalscy w ciągu miesiąca łącznie, na gaz i energię oraz czynsz**

3) **Upraszczając pierwiastek kwadratowy z liczby $27+10\sqrt{2}$, zapiszemy ją w postaci kwadratu sumy dwóch liczb. Postępujemy następująco:**

$$\sqrt{27+10\sqrt{2}}=\sqrt{25+10\sqrt{2}+2}=\sqrt{5^2+2\cdot 5\cdot\sqrt{2}+\left(\sqrt{2}\right)^2}=\sqrt{\left(5+\sqrt{2}\right)^2}=5+\sqrt{2}$$

Przeanalizuj ten przykład, a następnie, stosując analogiczne postępowanie, uprość $\sqrt{11+6\sqrt{2}}$.

4) **Równanie postaci $C=\frac{5}{9}\cdot F-\frac{160}{9}$, ustala zależność między temperaturą, wyrażoną w stopniach Celsjusza (C) oraz Fahrenheita (F).**
   a) **Oblicz, ile stopni w skali Fahrenheita, ma wrząca w temperaturze 100^0 C woda.**
   b) **Wyznacz taką temperaturę, przy której liczba stopni w skali Celsjusza jest równa liczbie stopni w skali Fahrenheita.**
5) **Dany jest trójkąt, którego dwa boki mają długości 8 cm i 12 cm, kąt zawarty między tymi bokami ma miarę 120^0. Oblicz długość promienia okręgu opisanego na tym trójkącie.**
6) **Do pewnego przepisu z książki kucharskiej należy przygotować 0,25 litra płynu. Mamy do wyboru trzy szklanki w kształcie walca, o wewnętrznych wymiarach: pierwsza – o średnicy 6cm i wysokości 10cm, druga – o średnicy 5,8cm i**

wysokości 9,5cm oraz trzecia – o średnicy 6cm i wysokości 9cm. Której szklanki objętość jest najbliższa 0,25 litra? Odpowiedź uzasadnij.

7) **Funkcja $f: R \rightarrow R$ jest określona wzorem: $f(x) = x^2 - 6x + 12$.**
   a) **Rozwiąż nierówność $f(x) - 19 > 0$.**
   b) **Uzasadnij, że obrazem wykresu funkcji f, w symetrii względem prostej o równaniu x=6 <u>nie jest</u> parabola, określona równaniem $y = (x-9)^2 + 6$.**

8) **Spośród wszystkich wierzchołków sześcianu wybieramy jednocześnie trzy wierzchołki. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że otrzymamy wierzchołki trójkąta równobocznego.**

9) **Wykaż, że w trójkącie prostokątnym suma kwadratów sinusów miar wszystkich jego kątów wewnętrznych równa się 2.**

10) **Wszystkie liczby naturalne dwucyfrowe, podzielne przez 6 są kolejnymi wyrazami pewnego ciągu arytmetycznego rosnącego.**
   a) **Zapisz wzór ogólny na n-ty wyraz tego ciągu arytmetycznego.**
   b) **Oblicz, ile wyrazów ma ten ciąg.**
   c) **Oblicz sumę piętnastu początkowych kolejnych wyrazów tego ciągu.**

<u>Arkusz rozszerzony</u>

11) **Wyznacz najmniejszą i największą wartość funkcji $f: R \rightarrow R$, określonej wzorem: $f(x) = (x-1)(5-x)$, w przedziale $\langle 0, 7 \rangle$.**

12) **Dane jest równanie postaci $a^2 \cdot x - 1 = x + a$, w którym niewiadomą jest x. Zbadaj liczbę rozwiązań tego równania, w zależności od parametru a.**

13) **Wyznacz te wartości parametrów a oraz b, przy których funkcja $g: R \rightarrow R$, określona wzorem $g(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + a}{x - 2} & \text{dla } x \neq 2 \\ b & \text{dla } x = 2 \end{cases}$ jest ciągła w punkcie x=2.**

14) **Suma n początkowych, kolejnych wyrazów ciągu (a_n), jest obliczana według wzoru $S_n = n^2 + 3n$, $(n \in N^+)$. Wyznacz a_n. Wykaż, że ciąg (a_n) jest ciągiem arytmetycznym.**

15) **Dziesiąty wyraz pewnego ciągu geometrycznego równa się 10. Oblicz iloczyn dziewiętnastu początkowych, kolejnych wyrazów tego ciągu.**

16) **Rzucamy pięć razy symetryczną kostką sześcienną. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia, polegającego na tym, że „jedynka" wypadnie co najmniej cztery razy.**

17) **W układzie współrzędnych są dane punkty: $A(-9,-2)$ oraz $B(4,2)$. Wyznacz współrzędne punktu C leżącego na osi OY, tak że kąt ACB jest kątem prostym.**

18) **Wybierz dwie dowolne przekątne sześcianu i oblicz cosinus kąta między nimi. Sporządź odpowiedni rysunek i zaznacz na nim kąt, którego cosinus obliczasz.**

19) **Trapez równoramienny, o obwodzie równym 20cm, jest opisany na okręgu. Wiedząc, że przekątna trapezu ma długość $\sqrt{41}$ cm, oblicz pole tego trapezu.**

20) **Funkcja h jest określona wzorem $h(x) = \log_2(x^2 - 4) - \log_2(x - 5)$. Wyznacz wszystkie wartości parametru k, dla których równanie $h(x) - \log_2 k = 0$ ma dwa różne pierwiastki.**

21) **Na kuli o promieniu R = 4 cm opisujemy stożki o promieniu r i wysokości H. Spośród wszystkich takich stożków wyznacz ten, który ma najmniejszą objętość. Oblicz tę objętość. Oblicz promień i wysokość znalezionego stożka.**

2. Zestaw 2 (egzamin przeprowadzony w maju 2002 r.)

Arkusz1 - poziom podstawowy

1) **Dana jest prosta l o równaniu $y=\frac{3}{2}x-\sqrt{2}$ oraz punkt $A(-3,-2)$. Wykres funkcji liniowej f jest prostopadły do prostej l, punkt A należy do wykresu funkcji f. Wyznacz:**
   a) **wzór funkcji f,**
   b) **miejsce zerowe funkcji f.**
2) **Dany jest wektor $\overrightarrow{AB}=[-3,4]$ oraz punkt $A(1,-2)$. Oblicz:**
   a) **współrzędne punktu B,**
   b) **współrzędne i długość wektora . $\overrightarrow{v}=-2\cdot\overrightarrow{AB}$**
3) **W klasie liczącej 30 uczniów, dziewięciu obejrzało film pt. „Nasz XXI wiek". Wychowawca klasy otrzymał 4 bilety i zamierza wylosować uczniów, których zaprosi na projekcję tego filmu. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia, że wśród czterech wylosowanych z tej klasy uczniów nie ma ucznia, który już ten film oglądał.**
4) **W pewnej szkole średniej po pierwszym półroczu przeprowadzono test z matematyki. Tabelka przedstawia zestawienie wyników testu:**

Ocena	1	2	3	4	5	6
Liczba uczniów	10	30	80	30	25	5

   a) **Sporządź diagram słupkowy przedstawiający zestawienie wyników testu.**
   b) **Oblicz średnią arytmetyczną uzyskanych ocen.**
   c) **Oblicz, ilu uczniów uzyskało ocenę wyższą od średniej arytmetycznej ocen.**
5) **Ania przeczytała książkę science-fiction w ciągu 13 dni, przy czym każdego dnia czytała o taką samą liczbę stron więcej, niż w dniu poprzednim. Ile stron miała ta książka, jeżeli wiadomo, że w trzecim dniu Ania przeczytała 28 stron a w ostatnim 68?**
6) **Jeżeli $x_1=2$, $x_2=3$, $x_3=-1$ są miejscami zerowymi wielomianu $W(x)=ax^3+bx^2+cx+d$, gdzie $a\neq 0$ oraz $W(4)=2$, to współczynnik a można wyznaczyć postępując w następujący sposób: Wielomian W zapisujemy w postaci iloczynowej: $W(x)=a(x-2)(x-3)(x+1)$ i wykorzystując warunek $W(4)=2$ otrzymujemy równanie: $2=a(4-2)(4-3)(4+1)$, stąd $a=\frac{1}{5}$.**

   Postępując analogicznie, wyznacz współczynnik a wielomianu $W(x)=ax^3+bx^2+cx+d$, wiedząc, że jego miejsca zerowe to: $x_1=-2$, $x_2=1$, $x_3=2$ oraz $W(-1)=3$.
7) **Planując czterotygodniowe wakacje, rodzina Kowalskich przeznaczyła pewną kwotę na wyżywienie. W pierwszym tygodniu wydano 30% zaplanowanej kwoty, w drugim tygodniu o 60 złotych mniej niż w pierwszym, w trzecim połowę reszty pieniędzy. Na czwarty tydzień zostało 270 złotych. Oblicz kwotę, którą rodzina Kowalskich przeznaczyła na wyżywienie.**
8) **Funkcja kwadratowa $f(x)=ax^2+bx-3$, gdzie $b>0$ posiada dwa różne miejsca zerowe, których iloczyn jest równy (-3). Wiedząc, że funkcja ta przyjmuje najmniejszą wartość równą (-4), wyznacz:**
   a) **współczynniki a i b ,**

b) **miejsca zerowe funkcji f.**

9) **Zaplanowano zalesić ugór w kształcie trójkąta równoramiennego, którego długość najdłuższego boku, na planie w skali 1:1500, jest równa 12 cm i jeden z kątów ma miarę 120^0. W szkółce leśnej zamówiono sadzonki, w ilości pozwalającej obsadzić obszar wielkości 40 arów. Oblicz, czy zamówiona ilość sadzonek jest wystarczająca do zalesienia ugoru.**

10) **Dane są dwie bryły: stożek, w którym długość promienia podstawy jest równa 4dm i wysokość ma długość $\frac{18}{\pi}$ dm oraz ostrosłup prawidłowy czworokątny, w którym krawędź podstawy ma długość $4\sqrt{3}$ dm. Wiedząc, że objętości tych brył są równe, wyznacz kąt nachylenia ściany bocznej ostrosłupa do jego podstawy.**

Arkusz 2 - poziom rozszerzony

11) **Wyznacz wszystkie wartości parametru m, dla których równanie $mx^2 - 3(m+1)x + m = 0$ nie ma rozwiązania w zbiorze liczb rzeczywistych.**

12) **A i B są zdarzeniami losowymi i $P(B) > 0$. Wykaż, że $P(A/B) \leq \frac{1 - P(A')}{P(B)}$.**

13) **Sprawdź, że przekształcenie P płaszczyzny dane wzorem $P((x,y)) = (x+1, -y)$ jest izometrią. Wyznacz równanie obrazu okręgu o równaniu $x^2 + y^2 - 2x = 0$ w przekształceniu P.**

14) **Zaznacz na płaszczyźnie zbiór:**

$$F = \left\{ (x,y) : x \in R \wedge y \in R \wedge \log_{\frac{1}{2}}(|x| - 1) \geq -2 \wedge |y| > 0 \right\}.$$

Napisz równania osi symetrii figury F.

15) **Objętość walca jest równa $250\pi\ cm^3$. Przedstaw pole powierzchni całkowitej tego walca jako funkcję długości promienia jego podstawy i określ dziedzinę tej funkcji. Wyznacz długość promienia takiego walca, którego pole powierzchni całkowitej jest najmniejsze.**

16) **Naszkicuj w jednym układzie współrzędnych wykresy funkcji $f(x) = 2^{x+1}$ oraz $g(x) = \left|\frac{x+1}{x}\right|$. Na podstawie wykonanego rysunku określ liczbę ujemnych rozwiązań równania $f(x) = g(x)$.**

17) **Rozwiąż równanie: $2\sin 2x + ctgx = 4\cos x$ dla $x \in \langle 0, 2\pi \rangle$. Ze zbioru rozwiązań tego równania losujemy bez zwracania dwie liczby. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia, że co najmniej jedno z wylosowanych rozwiązań jest wielokrotnością liczby $\frac{\pi}{2}$.**

18) **Rozwiąż nierówność $\frac{1}{2^x} + \frac{1}{4^x} + \frac{1}{8^x} + ... > 2^x - 0,(9)$, gdzie lewa strona tej nierówności jest sumą nieskończonego ciągu geometrycznego.**

19) **W trójkącie jeden z kątów ma miarę 120^0. Długości boków tego trójkąta są kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego, którego suma wynosi 30. Wyznacz stosunek długości promienia okręgu opisanego na tym trójkącie do długości promienia okręgu wpisanego w ten trójkąt.**

3. Zestaw 3

Arkusz1 - poziom podstawowy

1) **Na prostej o równaniu $y=\frac{2}{3}x+2$ znajdź taki punkt, by suma kwadratów odległości od obu osi układu była najmniejsza.**
2) **Dany jest trójkąt o bokach długości: 4cm, 6cm, 8cm. Dwusieczna największego kąta wewnętrznego tego trójkąta dzieli przeciwległy bok na dwa odcinki. Oblicz ich długości.**
3) **Rozwiąż nierówność $-2x^2-5x+12>0$. Wskaż liczby naturalne spełniające tę nierówność.**
4) **Kantor „Grosik” w dniu 1 lipca 2001 r. oferował swe usługi wg następującego kursu walut:**

Skup	Waluta	Sprzedaż
394	100 USD	402
169	100 DEM	174
547	100 GBP	557
51	100 FRF	52,50
217	100 CHF	223

Objaśnienie: USD – dolar amerykański, DEM – marka niemiecka, GBP – funt angielski, FRF – frank francuski, CHF – frank szwajcarski.

   a) **Jaka jest różnica cen sprzedaży i skupu 100 jednostek poszczególnych walut?**
   b) **Ile procent ceny skupu stanowi cena sprzedaży poszczególnych walut?**

5) **Przed 10 laty ojciec był 4 razy starszy od syna. Za 10 lat obaj będą mieli razem 100 lat. Ile lat ma obecnie każdy z nich?**
6) **Niech A oznacza zbiór wszystkich liczb całkowitych podzielnych przez 2, B – zbiór wszystkich liczb całkowitych podzielnych przez 3. Opisz słownie lub symbolicznie zbiory $A\cap B$ oraz $A\cup B$, a następnie wyznacz zbiory: $A\cap\langle 5,20)$ i $B\cap(9,30)$.**
7) **Niech A oznacza zbiór wszystkich liczb całkowitych podzielnych przez 2, B – zbiór wszystkich liczb całkowitych podzielnych przez 3. Opisz słownie lub symbolicznie zbiory $A\cap B$ oraz $A\cup B$, a następnie wyznacz zbiory: $A\cap\langle 5,20)$ i $B\cap(9,30)$.**
8) **Sporządź wykres funkcji danej wzorem: $y=\begin{cases} x^2+2x & \text{dla } x\le 0 \\ -3x & \text{dla } x>0 \end{cases}$**
9) **Sprawdź, czy podana równość jest tożsamością:**
$$\left(\frac{1}{\sin\alpha}+\frac{1}{\cos\alpha}\right)(\sin\alpha+\cos\alpha)=\frac{1}{\sin\alpha\cos\alpha}+2$$
10) **Zbiór Z jest zbiorem skończonym. Oblicz liczbę elementów tego zbioru wiedząc, że posiada on 67 podzbiorów co najwyżej dwuelementowych.**
11) **Ile waży stożek wykonany z miedzi, którego przekrój osiowy jest trójkątem o bokach długości 10cm, 10cm, 12cm? (Ciężar właściwy miedzi wynosi $8{,}9\frac{G}{cm^3}$). Wynik podaj z dokładnością do 0,1 kG.**

Arkusz 2 - poziom rozszerzony

12) Funkcja f dana jest wzorem: $f(x)=\begin{cases} x^3+a & \text{dla } |x|>3 \\ |x| & \text{dla } |x|\le 3 \end{cases}$. Czy istnieje a, dla którego ta funkcja jest ciągła? Odpowiedź uzasadnij.

13) Wykaż, stosując zasadę indukcji matematycznej, że suma kolejnych liczb naturalnych od 1 do n jest równa $\frac{n(n+1)}{2}$

14) Zbadaj, dla jakich wartości rzeczywistych parametru m, równanie $(m-2)x^4-2(m+3)x^2+m+1=0$ ma cztery różne pierwiastki.

15) Styczna do wykresu funkcji danej wzorem $f(x)=2x^3-4x^2+5x-1$ jest równoległa do prostej o równaniu $y=3x$. Wyznacz współrzędne punktu styczności.

16) Znajdź punkt symetryczny do punktu $A=(2,6)$ względem prostej o równaniu $3x+4y-5=0$.

17) Na paraboli $y^2=4x$ wyznacz punkt leżący najbliżej prostej opisanej równaniem $y=2x+4$.

18) Dla jakich wartości $\alpha\in R$ wielomian $W(x)=2x^3+(2\sin\alpha)x^2-3x+1-\sin 2\alpha$ jest podzielny przez $x-1$?

19) W jakiej odległości od środka należy przeciąć kulę o promieniu długości R, aby stosunek pola przekroju do pola koła wielkiego kuli był równy $\frac{1}{9}$?

20) Rozwiąż równanie: $x+\frac{3}{8}x+\frac{9}{64}x+\ldots=\lim\limits_{n\to\infty}\frac{7\cdot 3^{n+1}+11\cdot 2^{2n+1}}{5\cdot 4^{n-1}-19\cdot 3^{n+5}}$, gdzie lewa strona jest sumą zbieżnego szeregu geometrycznego.

4. Zestaw 4

Arkusz1 - poziom podstawowy

1) Są trzy siostry, z których najstarsza przychodzi do domu rodzinnego co 10 dni, średnia co 6 dni, a najmłodsza – co 4 dni. Co ile dni wszystkie siostry spotykają się w domu rodzinnym?

2) Rozłóż na czynniki trójmian $y=3x^2-7x-6$.

3) Operator telefonii miejscowej przedstawił abonamentom dwa warianty opłat:
   - Wariant I: abonament miesięczny wynosi 35zł, cena 1 min. rozmowy wynosi 22gr.
   - Wariant II: abonament miesięczny wynosi 23zł, cena 1 min. rozmowy wynosi 44gr.

   a) przy ilu minutach rozmów miesięcznie korzystniejszy jest wariant I ?

   b) w którym wariancie zapłacimy więcej i o ile zł, jeśli założymy, że w miesiącu było 100 min. rozmów?

4) Na okręgu o równaniu $x^2+y^2+12x-8y-12=0$ opisano kwadrat. Jaka jest długość boku tego kwadratu?

5) Wyznacz dziedzinę i miejsca zerowe funkcji danej wzorem: $f(x)=\frac{x^3-3x^2-x+3}{x^2-4x+3}$.

6) Zbadaj dla jakich wartości rzeczywistych parametru m , funkcja f określona wzorem $f(x)=(3m-1)x+4$ jest rosnąca w zbiorze R.
7) Wyznacz wartość parametru k, aby proste o równaniach $y=4$, $y=\frac{1}{2}x$ i $y=kx$ ograniczały trójkąt o polu $60j^2$.
8) Oblicz sumę wszystkich dwucyfrowych liczb naturalnych.
9) Promień okręgu opisanego na trójkącie rozwartokątnym ma długość równą długości najdłuższego boku trójkąta. Oblicz miarę kąta rozwartego tego trójkąta.
10) Z urny zawierającej 9 jednakowych kul ponumerowanych od 1 do 9 wylosowano kolejno 3 kule bez zwracania. Oblicz prawdopodobieństwo tego, że numery wszystkich wylosowanych kul są liczbami parzystymi.
11) Stożek o promieniu podstawy r=12cm i kącie nachylenia tworzącej do podstawy $\alpha=30^0$ przecięto płaszczyzną zawierającą wysokość stożka.
    a) Oblicz pole otrzymanego przekroju.
    b) Oblicz miarę kąta rozwarcia stożka.
    c) Oblicz objętość i pole powierzchni stożka

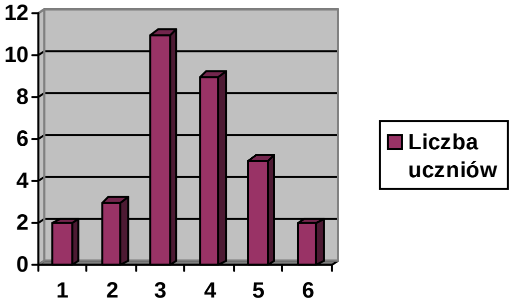
<u>Arkusz2 - poziom rozszerzony</u>

12) Nie korzystając z tablic ani kalkulatora oblicz: $\cos 105^0 \cdot \cos 75^0$.
13) Naszkicuj wykres funkcji określonej wzorem $f(x)=|x|+|x-1|$, gdzie $x\in R$.
14) Nie rozwiązując równania $x^2-200x+900=0$ wykaż, że wartość bezwzględna różnicy jego pierwiastków jest nie mniejsza niż 20.
15) Boki pewnego trójkąta zawierają się w prostych danych równaniami: $x-2=0,\ \ x+3y-23=0,\ \ 3x-y-9=0$.
    a) Do jakiego rodzaju trójkątów można zaliczyć ten trójkąt? Odpowiedź uzasadnij.
    b) Oblicz pole koła opisanego na tym trójkącie.
16) Rozwiąż równanie: $\sqrt{(2x-1)^2}+2x=2$.
17) Z dwóch stacji wyjechały (po torach równoległych) jednocześnie naprzeciw siebie dwa pociągi. Pierwszy jedzie z prędkością o 15km/h większą niż drugi. Pociągi te spotkały się po 40 minutach jazdy. Gdyby drugi pociąg wyjechał o 9 minut wcześniej od pierwszego, to pociągi spotkałyby się w połowie drogi. Oblicz odległość między stacjami.
18) W trapez równoramienny o podstawach długości a i b można wpisać okrąg. Udowodnij, że promień tego okręgu ma długość równą $\frac{1}{2}\sqrt{ab}$.
19) Oblicz miarę kąta między wektorami: $\vec{a}=[-2;8;7]$, $\vec{b}=[8;7;11]$.
20) Kocioł parowy o objętości V ma kształt walca zakończonego z jednej strony półkulą (o czaszy na zewnątrz walca). Jakie wymiary powinien mieć kocioł, aby na jego budowę zużyć jak najmniej blachy?
21) Ile trzeba wykonać rzutów monetą, aby prawdopodobieństwo uzyskania dokładnie cztery razy orła było takie samo, jak uzyskanie dokładnie sześć razy reszki?

5. Zestaw 5

Arkusz1 – poziom podstawowy

1) Długości boków trójkąta są kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego o różnicy 3. Oblicz długości tych boków, wiedząc, że trójkąt jest prostokątny.
2) Na wykresie przedstawiono wyniki klasyfikacji rocznej z matematyki w klasie liczącej 32 uczniów.



Oblicz średnią ocen z matematyki w tej klasie. Ilu uczniów uzyskało ocenę wyższą od średniej? Jaki procent uczniów danej klasy stanowią uczniowie, którzy uzyskali ocenę co najmniej bardzo dobrą? (Wynik podaj z dokładnością do 0,01).

3) Wykresem funkcji liniowej jest prosta nachylona do osi OX pod kątem 135^0, przechodząca przez punkt P=(3,1). Wyznacz wzór tej funkcji.
4) Znajdź wszystkie $x \in <0,\pi>$ takie, że $2\cos^2 x - \sin x - 2 = 0$.
5) Wyznacz współczynnik a wiedząc, że reszta z dzielenia wielomianu $W(x) = 2x^4 - 5x^3 + ax^2 - x + 2$ przez dwumian x+1 jest równa 12.
6) Długości przekątnych rombu różnią się o 4. Pole tego rombu jest równe $30cm^2$. Oblicz długości przekątnych.
7) Oblicz pole koła, którego brzegiem jest okrąg o równaniu $x^2 + y^2 - 2x + 6y - 6 = 0$.
8) Statek przepłynął 40km z prądem rzeki w 2 godziny, a 35km pod prąd w 2,5 godziny. Oblicz prędkość własną statku i prędkość prądu rzeki.
9) Sześcian o krawędzi długości 1dm przecięto płaszczyzną, do której należą dokładnie trzy jego wierzchołki. Oblicz pole otrzymanego przekroju.
10) Student przyszedł na egzamin znając odpowiedzi na 40 spośród 50 pytań podanych jako wymagania egzaminacyjne. Egzaminator zadał mu trzy pytania. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia , że student zna odpowiedź na dokładnie dwa z tych pytań.
11) Z pełnego naczynia stożkowego o wysokości 18cm i średnicy podstawy 24cm przelano ciecz do pustego naczynia w kształcie walca o średnicy podstawy 10cm. Jaka jest wysokość słupa cieczy w tym naczyniu? Wynik podaj z dokładnością do 1mm.

Arkusz 2 – poziom rozszerzony

12) Dla jakich rzeczywistych wartości parametru m, nierówność: $x^2 + (m+2)x + 8m + 1 > 0$ jest spełniona dla każdej liczby rzeczywistej x?
13) Sporządź wykres funkcji danej wzorem $f(x) = \sqrt{x^2 + 6x + 9}$, a następnie określ liczbę pierwiastków równania f(x)=a w zależności od wartości parametru $a \in R$.
14) Punkty A=(-2,-2), B=(2,1) i C=(3,5) są wierzchołkami równoległoboku ABCD. Wyznacz współrzędne wierzchołka D oraz oblicz pole tego równoległoboku.

15) Kopano studnię. Za pierwszy metr głębokości zapłacono 200zł, a za każdy następny płacono o 20zł więcej niż za poprzedni. Łącznie za kopanie studni zapłacono 14 700zł. Jaka jest głębokość studni?

16) Oblicz wartość wyrażenia: $\dfrac{\sin^2 18^0 + \sin^2 72^0}{\mathrm{ctg}150^0 + \mathrm{tg}300^0}$.

17) Udowodnij, że w trapezie opisanym na okręgu, trójkąty, których jednym bokiem jest ramię trapezu, a wierzchołkami środek okręgu, są prostokątne.

18) Na płaszczyźnie z układem współrzędnych XOY zaznacz zbiór: $A = \left\{(x, y) : x \in R \wedge y \in R \wedge \log_2^2\left(x^2 + y^2\right) - 5\log_2(x^2 + y^2) + 6 \le 0\right\}$. Oblicz pole i długość brzegu figury A.

19) Oblicz ile elementów ma zbiór, którego liczba elementów jest 60 razy mniejsza od sumy dwuelementowych i trójelementowych kombinacji tego zbioru.

20) Wyznacz asymptoty funkcji określonej wzorem: $y = \dfrac{x^2}{x - 2}$.

21) Jakie wymiary powinna mieć metalowa otwarta puszka w kształcie graniastosłupa prawidłowego czworokątnego o pojemności 100 litrów, aby na jej wykonanie zużyć możliwie najmniej materiału? Wymiary podaj z dokładnością do 1mm.

22) Wycinek koła przy zwinięciu utworzył powierzchnię boczną stożka, którego kąt rozwarcia jest prosty. Wyznacz miarę kąta środkowego tego wycinka.