

**UZUPEŁNIA ZDAJĄCY**

**KOD**

--	--	--

**PESEL**

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

*miejsce  
na naklejkę*

**EGZAMIN MATURALNY  
Z MATEMATYKI  
POZIOM PODSTAWOWY**

DATA: **21 sierpnia 2018 r.**

GODZINA ROZPOCZĘCIA: **9:00**

CZAS PRACY: **170 minut**

LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: **50**

**UZUPEŁNIA ZESPÓŁ  
NADZORUJĄCY**

Uprawnienia zdającego do:

- |                          |                                    |
|--------------------------|------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> | dostosowania kryteriów oceniania   |
| <input type="checkbox"/> | nieprzenoszenia zaznaczeń na kartę |
| <input type="checkbox"/> | dostosowania w zw. z dyskalkulią   |

**NOWA FORMUŁA**

**Instrukcja dla zdającego**

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 24 strony (zadania 1–34). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
3. Odpowiedzi do zadań zamkniętych (1–25) zaznacz na karcie odpowiedzi, w części karty przeznaczonej dla zdającego. Zamaluj  pola do tego przeznaczone. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem  i zaznacz właściwe.
4. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego (26–34) może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
5. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
6. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
7. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
8. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki, a także z kalkulatora prostego.
9. Na tej stronie oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem.
10. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.



MMA-PI\_1P-184

W każdym z zadań od 1. do 25. wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi poprawną odpowiedź.

### Zadanie 1. (0–1)

Cena pewnego towaru w wyniku obniżki o 10% zmniejszyła się o 2 018 zł. Ten towar po tej obniżce kosztował

- A. 20 180 zł      **B. 18 162 zł**      C. 2 108 zł      D. 2 028 zł

Przyjmując:  $x$  – początkowa cena towaru mamy:  $10\% \cdot x = 2018$

Mamy obliczyć:  $90\% \cdot x = 9 \cdot 2018 = 18 162$

### Zadanie 2. (0–1)

Liczba  $\sqrt[3]{\sqrt{2}}$  jest równa

- A.  $2^{\frac{1}{6}}$**       B.  $2^{\frac{1}{5}}$       C.  $2^{\frac{1}{3}}$       D.  $2^{\frac{2}{3}}$

$$\sqrt[3]{\sqrt{2}} = \left(2^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{3}} = 2^{\frac{1 \cdot 1}{3 \cdot 2}} = 2^{\frac{1}{6}}$$

### Zadanie 3. (0–1)

Dane są liczby  $x = 4,5 \cdot 10^{-8}$  oraz  $y = 1,5 \cdot 10^2$ . Wtedy iloraz  $\frac{x}{y}$  jest równy

- A.  $3 \cdot 10^{-10}$**       B.  $3 \cdot 10^{-6}$       C.  $6,75 \cdot 10^{-10}$       D.  $6,75 \cdot 10^{-6}$

$$\frac{x}{y} = \frac{4,5 \cdot 10^{-8}}{1,5 \cdot 10^2} = 3 \cdot 10^{-8-2} = 3 \cdot 10^{-10}$$

### Zadanie 4. (0–1)

Liczba  $\log_4 96 - \log_4 6$  jest równa

- A.  $\log_4 90$       B.  $\log_6 96$       C. 4      **D. 2**

$$\log_4 96 - \log_4 6 = \log_4 \frac{96}{6} = \log_4 16 = 2$$

### Zadanie 5. (0–1)

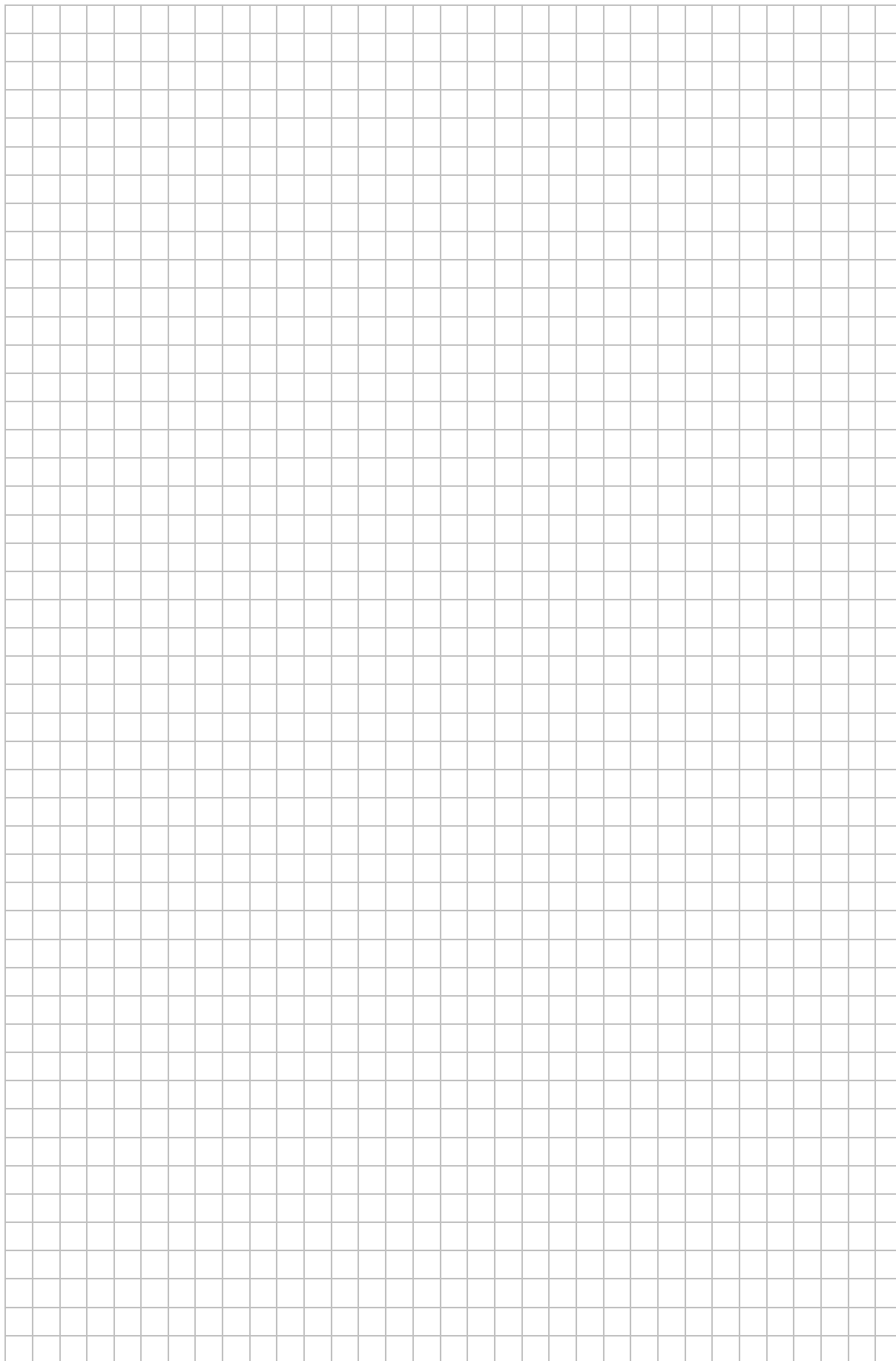
Równość  $(a + 2\sqrt{3})^2 = 13 + 4\sqrt{3}$  jest prawdziwa dla

- A.  $a = \sqrt{13}$       **B.  $a = 1$**       C.  $a = 0$       D.  $a = \sqrt{13} + 1$

$$(a + 2\sqrt{3})^2 = a^2 + 4\sqrt{3} + (2\sqrt{3})^2 = a^2 + 12 + 4\sqrt{3}$$

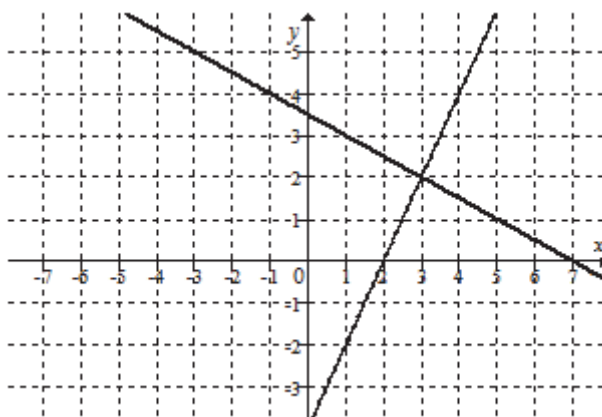
Stąd  $a^2 + 12 = 13$  czyli  $a^2 = 1$

**BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)**



**Zadanie 6. (0–1)**

Na rysunku jest przedstawiona graficzna ilustracja układu dwóch równań stopnia pierwszego z dwiema niewiadomymi  $x$  i  $y$ .



Wskaż ten układ.

Jedna funkcja liniowa jest rosnąca (współczynnik przy  $x$  jest dodatni) a druga malejąca (współczynnik przy  $x$  jest ujemny), czyli **B.** albo **D.**

- A.  $\begin{cases} y = -2x + 8 \\ y = -\frac{3}{2}x + \frac{13}{2} \end{cases}$     **B.**  $\begin{cases} y = 2x - 4 \\ y = -\frac{1}{2}x + \frac{7}{2} \end{cases}$     C.  $\begin{cases} y = x - 1 \\ y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2} \end{cases}$     D.  $\begin{cases} y = 3x - 7 \\ y = -\frac{2}{3}x + 4 \end{cases}$

Miejsce zerowe funkcji rosnącej wynosi **2**. Z równania  $0 = 2x - 4$  otrzymujemy  $x = 2$ , a z równania  $0 = 3x - 7$  - nie.

**Zadanie 7. (0–1)**

Rozwiązaniem równania  $\frac{x-2}{3(x+2)} = \frac{1}{9}$  jest liczba

- A. -2    B. 2    **C. 4**    D. -4

$$\frac{x-2}{3(x+2)} = \frac{1}{9} \rightarrow 3(x+2) = 9(x-2) \rightarrow \text{po rozwiązaniu daje to } x = 4$$

**Zadanie 8. (0–1)**

Wszystkie obliczenia robimy pamiętając, że  $x \neq -2$ , by nie dzielić przez 0

Dane są funkcje  $f(x) = 3^x$  oraz  $g(x) = f(-x)$ , określone dla wszystkich liczb rzeczywistych  $x$ . Punkt wspólny wykresów funkcji  $f$  i  $g$

- A. nie istnieje.  
 B. ma współrzędne  $(1, 0)$ .  
**C. ma współrzędne  $(0, 1)$ .**

D. ma współrzędne  $(0, 0)$ .

$$g(x) = f(-x) = 3^{-x}. \text{ Wykresy przecinają się, gdy } g(x) = f(x) \text{ czyli } 3^{-x} = 3^x \rightarrow -x = x \rightarrow x = 0. f(0) = 3^0 = 1. \text{ Szukany punkt: } (0, 1)$$

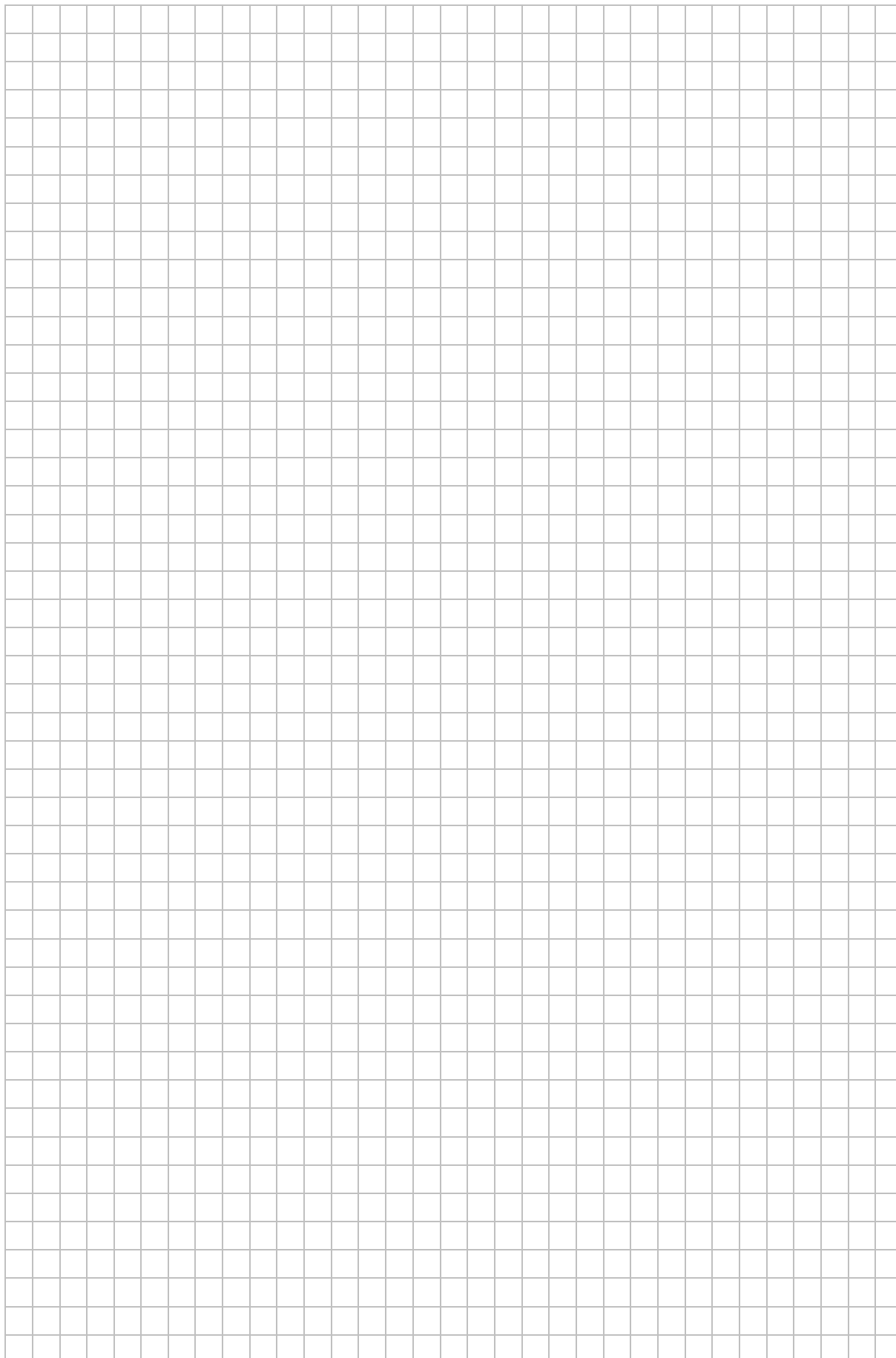
**Zadanie 9. (0–1)**

Punkt  $(1, \sqrt{3})$  należy do wykresu funkcji  $y = 2\sqrt{3}x + b$ . Wtedy współczynnik  $b$  jest równy

- A. 7    B.  $3\sqrt{3}$     C. -5    **D.  $-\sqrt{3}$**

$$y = 2\sqrt{3}x + b \rightarrow \sqrt{3} = 2\sqrt{3} \cdot 1 + b \rightarrow b = -\sqrt{3}$$

**BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)**



**Zadanie 10. (0–1)**

Wykresem funkcji kwadratowej  $f(x) = x^2 - 2x - 11$  jest parabola, której wierzchołkiem jest punkt o współrzędnych

- A.  $(-2, -3)$       B.  $(-2, -12)$       C.  $(1, -8)$       **D.  $(1, -12)$**

$$p = -\frac{-2}{2 \cdot 1} = 1, \quad q = f(1) = 1^2 - 2 \cdot 1 - 11 = -12, \quad W = (1, -12)$$

**Zadanie 11. (0–1)**

Funkcja kwadratowa jest określona wzorem  $f(x) = -3(x-2)(x-9)$ . Liczby  $x_1, x_2$  są różnymi miejscami zerowymi funkcji  $f$ . Zatem

- A.  $x_1 + x_2 = 11$**       B.  $x_1 + x_2 = -11$       C.  $x_1 + x_2 = 33$       D.  $x_1 + x_2 = -33$

Miejsca zerowe odczytane z równania to liczby  $x_1 = 2$  i  $x_2 = 9$ .  $x_1 + x_2 = 11$

**Zadanie 12. (0–1)**

Największą wartością funkcji  $y = -(x-2)^2 + 4$  w przedziale  $\langle 3, 5 \rangle$  jest

- A. 0      B. 5      C. 4      **D. 3**

$f(x) = -(x-2)^2 + 4$ . Z tego równania (postać kanoniczna) odczytujemy, że wykresem jest parabola o wierzchołku  $W = (2, 4)$  i ramionami skierowanymi w dół. Wynika z tego, że w przedziale  $\langle 3, 5 \rangle$  funkcja jest malejąca (zrób rysunek) - dlatego największa wartość funkcji wynosi  $f(3) = -(3-2)^2 + 4 = 3$

**Zadanie 13. (0–1)**

Ciąg arytmetyczny  $(a_n)$ , określony dla  $n \geq 1$ , spełnia warunek  $a_3 + a_4 + a_5 = 15$ . Wtedy

- A.  $a_4 = 5$**       B.  $a_4 = 6$       C.  $a_4 = 3$       D.  $a_4 = 4$

$$a_4 = \frac{a_3 + a_5}{2} \text{ (własność trzech kolejnych wyrazów)} \rightarrow a_3 + a_5 = 2a_4.$$

$$\text{Jeżeli } a_3 + a_4 + a_5 = 15 \text{ to } a_4 + 2a_4 = 15. \text{ Daje to } a_4 = 5$$

**Zadanie 14. (0–1)**

Dla pewnej liczby  $x$  ciąg  $(x, x+4, 16)$  jest geometryczny. Liczba  $x$  jest równa

- A. 8      **B. 4**      C. 2      D. 0

$$(x+4)^2 = x \cdot 16 \text{ (własność trzech kolejnych wyrazów)}. \text{ Daje to}$$

$$x^2 - 8x + 16 = 0 \rightarrow (x-4)^2 = 0 \rightarrow x = 4$$

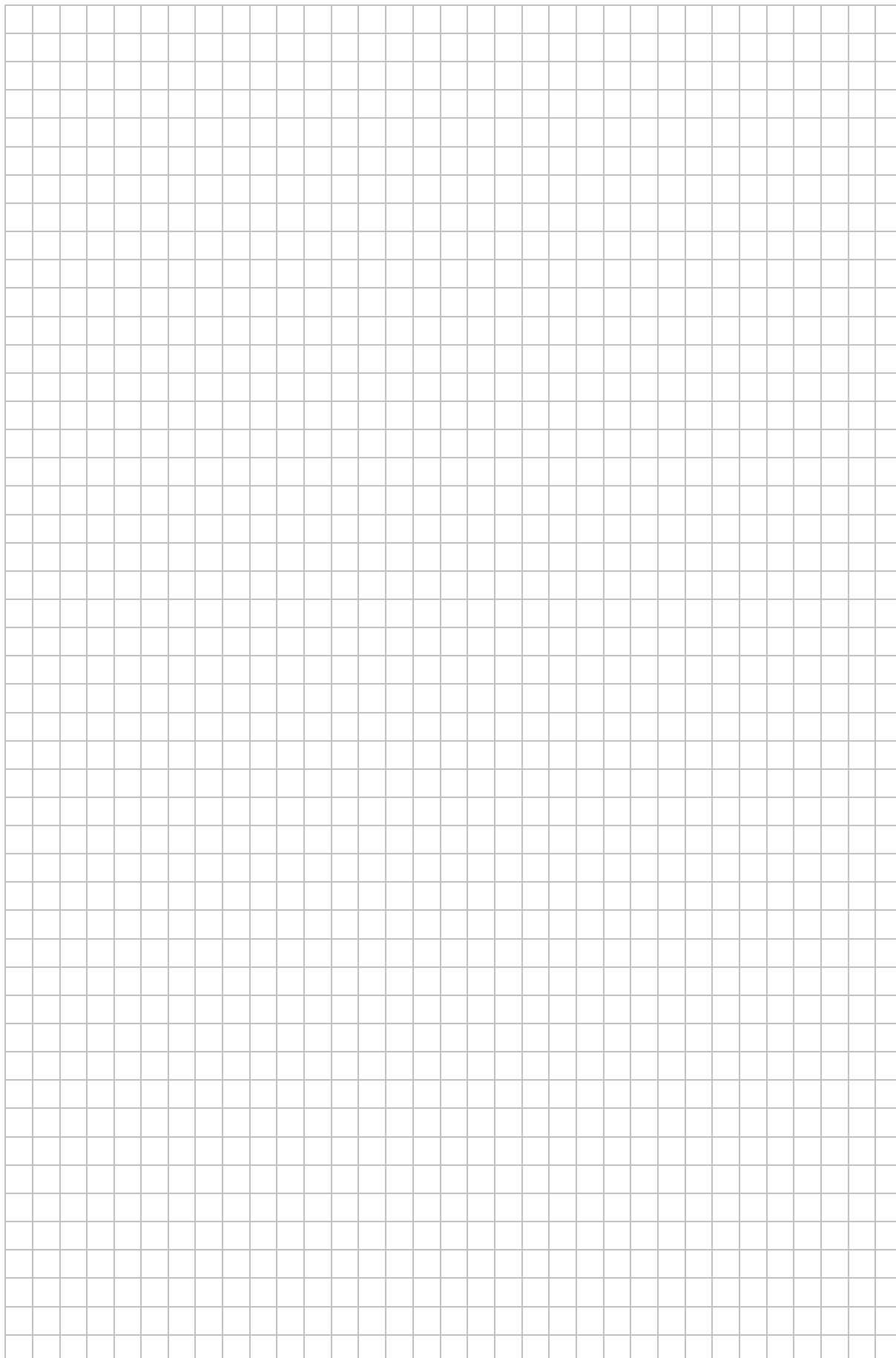
**Zadanie 15. (0–1)**

W trójkącie prostokątnym przeciwprostokątna ma długość 3, a długość przyprostokątnej leżącej naprzeciwko kąta  $\alpha$  jest równa  $\sqrt{3}$ . Zatem

- A.  $\alpha = 60^\circ$       B.  $\alpha \in (40^\circ, 60^\circ)$       **C.  $\alpha \in (30^\circ, 40^\circ)$**       D.  $\alpha = 30^\circ$

Z danych wynika, że  $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3} \cong 0,5774$ . Z tablic odczytujemy kąt:  $\alpha \in (35^\circ, 36^\circ)$

**BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)**



**Zadanie 16. (0–1)**

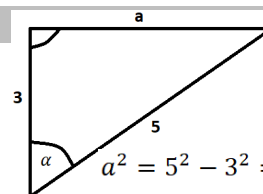
Kąt  $\alpha$  jest ostry i  $\cos \alpha = \frac{3}{5}$ . Wtedy

**A.**  $\sin \alpha \cdot \operatorname{tg} \alpha = \frac{16}{15}$

**C.**  $\sin \alpha \cdot \operatorname{tg} \alpha = \frac{8}{15}$

**B.**  $\sin \alpha \cdot \operatorname{tg} \alpha = \frac{15}{16}$

**D.**  $\sin \alpha \cdot \operatorname{tg} \alpha = \frac{6}{20}$

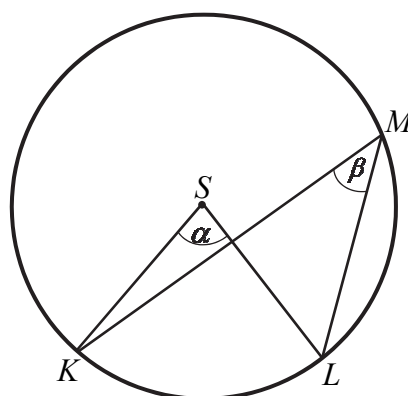


$$a^2 = 5^2 - 3^2 = 16 \rightarrow a = 4$$

$$\sin \alpha \cdot \operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{5} \cdot \frac{a}{3} = \frac{16}{15}$$

**Zadanie 17. (0–1)**

Dany jest okrąg o środku  $S$ . Punkty  $K$ ,  $L$  i  $M$  leżą na tym okręgu. Na łuku  $KL$  tego okręgu są oparte kąty  $KSL$  i  $KML$  (zobacz rysunek), których miary  $\alpha$  i  $\beta$  spełniają warunek  $\alpha + \beta = 114^\circ$ . Wynika stąd, że



$\alpha = 2\beta$  bo kąt środkowy oparty na tym samym łuku co kąt wpisany jest od niego dwa razy większy

$$\alpha + \beta = 114^\circ$$

$$2\beta + \beta = 114^\circ$$

$$\beta = 38^\circ$$

**A.**  $\beta = 19^\circ$

**B.**  $\beta = 38^\circ$

**C.**  $\beta = 57^\circ$

**D.**  $\beta = 76^\circ$

**Zadanie 18. (0–1)**

Różnica miar dwóch sąsiednich kątów wewnętrznych równoległoboku jest równa  $80^\circ$ . Kąt rozwarty tego równoległoboku ma miarę

**A.**  $120^\circ$

**B.**  $125^\circ$

**C.**  $130^\circ$

**D.**  $135^\circ$

Miary tych kątów:  $\alpha$  i  $\alpha + 80^\circ$ . Poza tym:  $\alpha + \alpha + 80^\circ = 180^\circ$  co daje  $\alpha = 50^\circ$  czyli  $\alpha + 80^\circ = 130^\circ$

**Zadanie 19. (0–1)**

Pole trójkąta o bokach długości 4 oraz 9 i kącie między nimi o mierze  $60^\circ$  jest równe

**A.** 18

**B.** 9

**C.**  $18\sqrt{3}$

**D.**  $9\sqrt{3}$

$$P = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 9 \cdot \sin 60^\circ = 18 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 9\sqrt{3}$$

**Zadanie 20. (0–1)**

Proste o równaniach  $y = (3m - 4)x + 2$  oraz  $y = (12 - m)x + 3m$  są równoległe, gdy

**A.**  $m = 4$

**B.**  $m = 3$

**C.**  $m = -4$

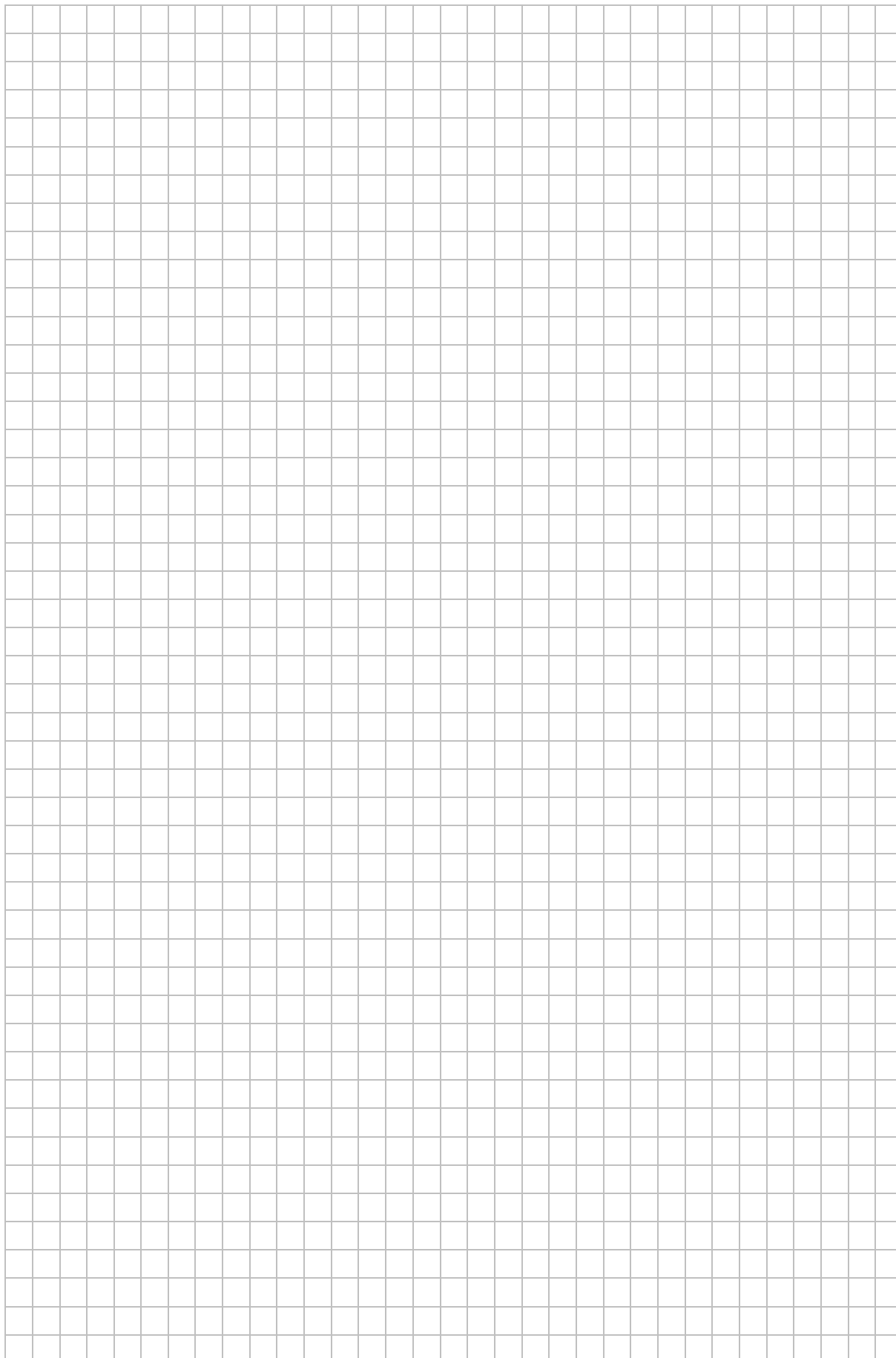
**D.**  $m = -3$

Podkreślone współczynniki kierunkowe muszą być sobie równe:

$$3m - 4 = 12 - m \text{ co daje } m = 4$$



**BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)**



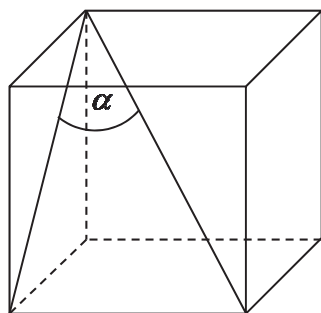
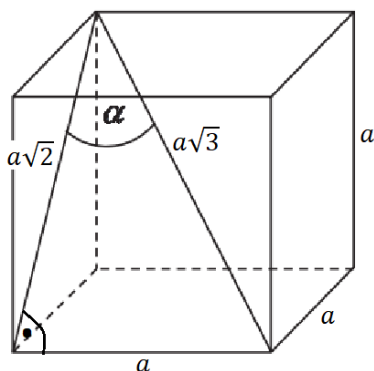
**Zadanie 21. (0–1)**

Punkt  $A = (-3, 2)$  jest końcem odcinka  $AB$ , a punkt  $M = (4, 1)$  jest środkiem tego odcinka. Długość odcinka  $AB$  jest równa

- A.  $2\sqrt{5}$       B.  $4\sqrt{5}$       C.  $5\sqrt{2}$       **D.  $10\sqrt{2}$**
- $|AM| = \sqrt{(-3 - 4)^2 + (2 - 1)^2} = \sqrt{50} = \sqrt{25 \cdot 2} = 5\sqrt{2}, \quad |AB| = 2 \cdot |AM| = 10\sqrt{2}$

**Zadanie 22. (0–1)**

Jeżeli  $\alpha$  oznacza miarę kąta między przekątną sześcianu a przekątną ściany bocznej tego sześcianu (zobacz rysunek), to  $\sin \alpha = \frac{a}{a\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$



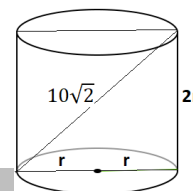
- A.  $\sin \alpha = \frac{\sqrt{6}}{3}$       B.  $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$       C.  $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$       **D.  $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$**

**Zadanie 23. (0–1)**

Przekrój osiowy walca jest kwadratem o przekątnej  $10\sqrt{2}$ . Pole powierzchni bocznej tego walca jest równe

- A.  $50\pi$       **B.  $100\pi$**       C.  $200\pi$       D.  $250\pi$

Ze wzoru na długość przekątnej kwadratu:  $2r = 10 \rightarrow r = 5$



**Zadanie 24. (0–1)**  $P_b = 2\pi \cdot r \cdot 2r = 4\pi r^2 = 4\pi \cdot 25 = 100\pi$

Abiturient jednego z liceów zestawiał w tabeli oceny ze swojego świadectwa ukończenia szkoły.

Ocena	6	5	4	3	2
Liczba ocen	2	3	5	5	1

Mediana przedstawionego zestawu danych jest równa

- A. 3      B. 3,5      **C. 4**      D. 4,5

Ustawiamy oceny w niemalejący ciąg: 2, 3, 3, 3, 3, 3, 4,  $\overbrace{4, 4}^{\text{wyraży}} \overbrace{\text{środkowe}}$ , 4, 4, 5, 5, 5, 6, 6  
 $m_e = \frac{4+4}{2} = 4$

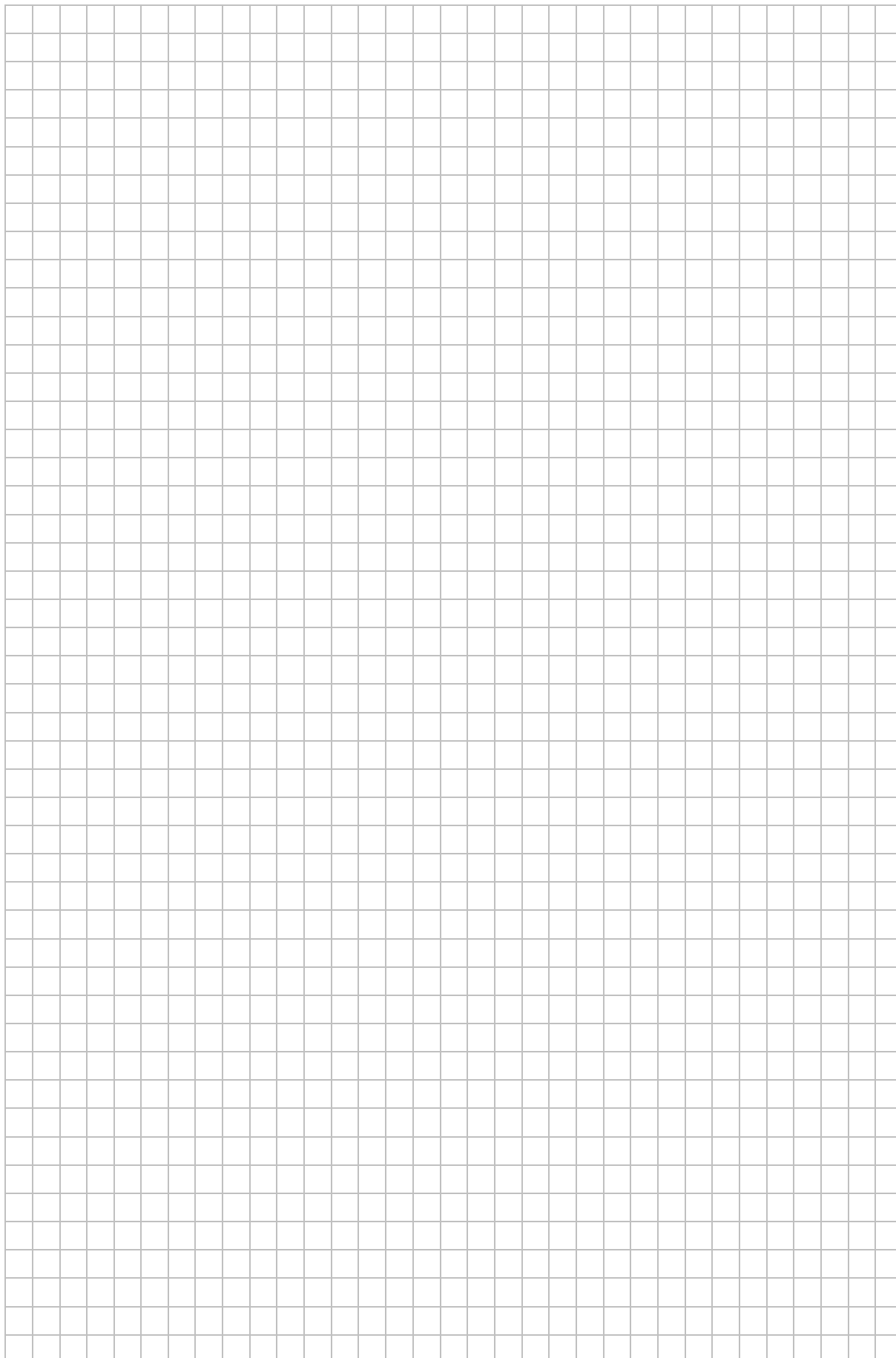
**Zadanie 25. (0–1)**

W grupie liczącej 29 uczniów (dziewcząt i chłopców) jest 15 chłopców. Z tej grupy trzeba wylosować jedną osobę. Prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że zostanie wylosowana dziewczyna, jest równe

- A.  $\frac{14}{15}$       B.  $\frac{1}{14}$       **C.  $\frac{14}{29}$**       D.  $\frac{15}{29}$

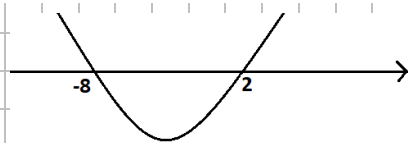
Jest 14 dziewcząt na 29 osób

**BRUDNOPIS** (*nie podlega ocenie*)



**Zadanie 26. (0-2)**Rozwiąż nierówność  $x^2 + 6x - 16 < 0$ .

$$\Delta = 36 + 4 \cdot 16 = 100, \quad x_1 = \frac{-6-10}{2} = -8, \quad x_2 = \frac{-6+10}{2} = 2$$



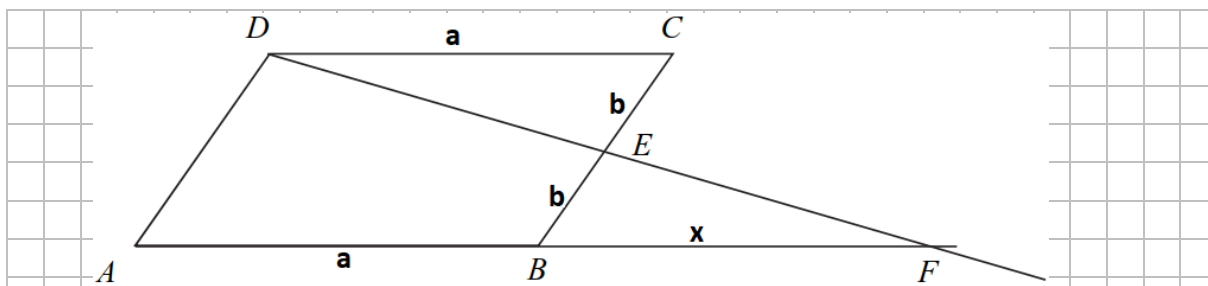
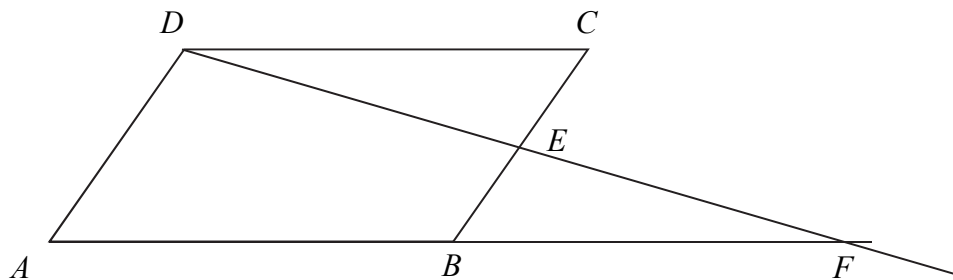
$$x \in (-8, 2)$$

Odpowiedź:  $x \in (-8, 2)$  .....



**Zadanie 28. (0–2)**

W równoległoboku  $ABCD$  punkt  $E$  jest środkiem boku  $BC$ . Z wierzchołka  $D$  poprowadzono prostą przecinającą bok  $BC$  w punkcie  $E$ . Proste  $AB$  i  $DE$  przecinają się w punkcie  $F$  (zobacz rysunek). Wykaż, że punkt  $B$  jest środkiem odcinka  $AF$ .



$|\angle CDE| = |\angle BFE|$  i  $|\angle DCE| = |\angle FBE|$  bo są to pary kątów naprzemianległych wewnętrznie. Wynika z tego, że trójkąty  $CDE$  i  $BEF$  są podobne, bo mają takie same kąty.

Korzystając z podobieństwa tych trójkątów mamy:

$$\frac{|CD|}{|BF|} = \frac{|CE|}{|BE|} \quad \text{czyli} \quad \frac{a}{x} = \frac{b}{b} \quad \text{co daje} \quad a = x$$

Wobec tego punkt  $B$  jest środkiem odcinka  $AF$ , co należało udowodnić.

**Zadanie 29. (0–2)**

Wykaż, że jeżeli  $a$  i  $b$  są liczbami rzeczywistymi dodatnimi, to  $(a+b)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) \geq 4$ .

$$(a+b)\left(\frac{b}{ab} + \frac{a}{ab}\right) \geq 4$$

$$(a+b) \cdot \frac{a+b}{ab} \geq 4 \quad | \cdot ab$$

$$(a+b)^2 \geq 4ab$$

$$a^2 + 2ab + b^2 - 4ab \geq 0$$

$$a^2 - 2ab + b^2 \geq 0$$

$$(a-b)^2 \geq 0$$

Ostatnia nierówność jest prawdziwa, więc kończy to dowód

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	28.	29.
	Maks. liczba pkt	2	2
	Uzyskana liczba pkt		

**Zadanie 30. (0–2)**

Dziewiąty wyraz ciągu arytmetycznego  $(a_n)$ , określonego dla  $n \geq 1$ , jest równy 34, a suma jego ośmiu początkowych wyrazów jest równa 110. Oblicz pierwszy wyraz i różnicę tego ciągu.

$$a_9 = a_1 + 8r = 34$$

$$S_8 = \frac{a_1 + a_8}{2} \cdot 8 = (a_1 + a_1 + 7r) \cdot 4 = 8a_1 + 28r = 110$$

Mamy układ równań:

$$\begin{cases} a_1 + 8r = 34 \\ 8a_1 + 28r = 110 \quad |:2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1 = 34 - 8r \\ 4a_1 + 14r = 55 \end{cases}$$

$$4(34 - 8r) + 14r = 55$$

$$136 - 32r + 14r = 55$$

$$136 - 55 = 32r - 14r$$

$$81 = 18r$$

$$r = \frac{81}{18} = \frac{9}{2}$$

$$a_1 = 34 - 8r = 34 - 8 \cdot \frac{9}{2} = 34 - 36 = -2$$

Odpowiedź: .....  
 $a_1 = -2, r = \frac{9}{2}$



**Zadanie 31. (0–2)**

Punkty  $A = (2, 4)$ ,  $B = (0, 0)$ ,  $C = (4, -2)$  są wierzchołkami trójkąta  $ABC$ . Punkt  $D$  jest środkiem boku  $AC$  tego trójkąta. Wyznacz równanie prostej  $BD$ .

$A = (2, 4)$ ,  $B = (0, 0)$ ,  $C = (4, -2)$

Korzystając ze wzorów na współrzędne środka odcinka:

$$D = \left( \frac{2+4}{2}, \frac{4+(-2)}{2} \right) = (3, 1)$$

Należy wyznaczyć równanie prostej przechodzącej przez punkty  $B = (0, 0)$  i  $D = (3, 1)$

Prosta przechodząca przez początek układu współrzędnych ma równanie  $y = ax$

Wstawiając do tego równania współrzędne punktu  $D$  otrzymujemy:

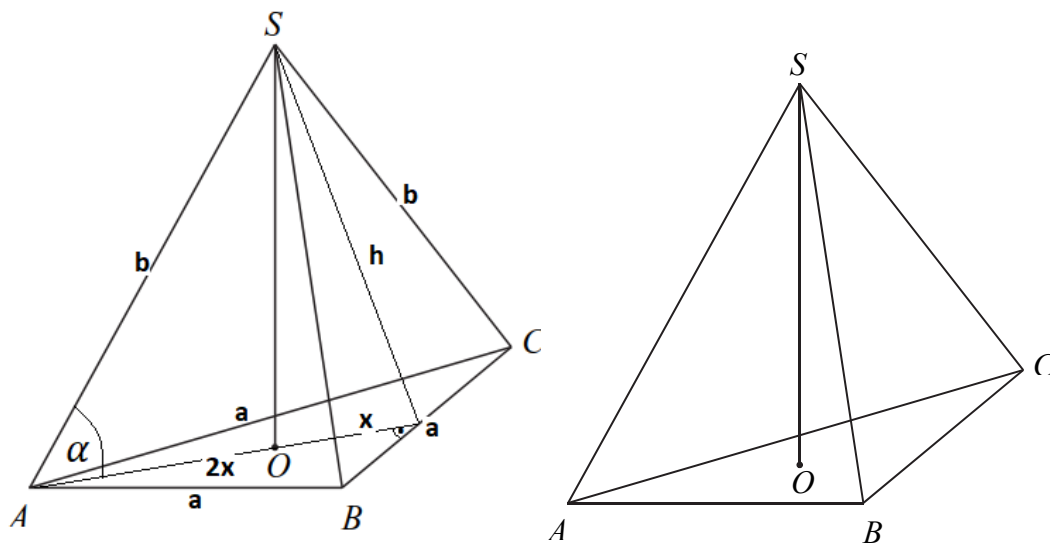
$$1 = a \cdot 3 \text{ co daje } a = \frac{1}{3} \text{ czyli } y = \frac{1}{3}x$$

Odpowiedź: .....  $y = \frac{1}{3}x$  .....

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	30.	31.
	Maks. liczba pkt	2	2
	Uzyskana liczba pkt		

**Zadanie 32. (0–5)**

W ostrosłupie prawidłowym trójkątnym  $ABCS$  krawędź podstawy ma długość  $a$ . Pole powierzchni bocznej tego ostrosłupa jest dwa razy większe od pola jego podstawy. Oblicz cosinus kąta nachylenia krawędzi bocznej tego ostrosłupa do płaszczyzny jego podstawy.



$$P_b = 2 \cdot P_p \rightarrow 3 \cdot \frac{1}{2} \cdot ah = 2 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \rightarrow \frac{3}{2}ah = \frac{a^2\sqrt{3}}{2} \rightarrow h = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

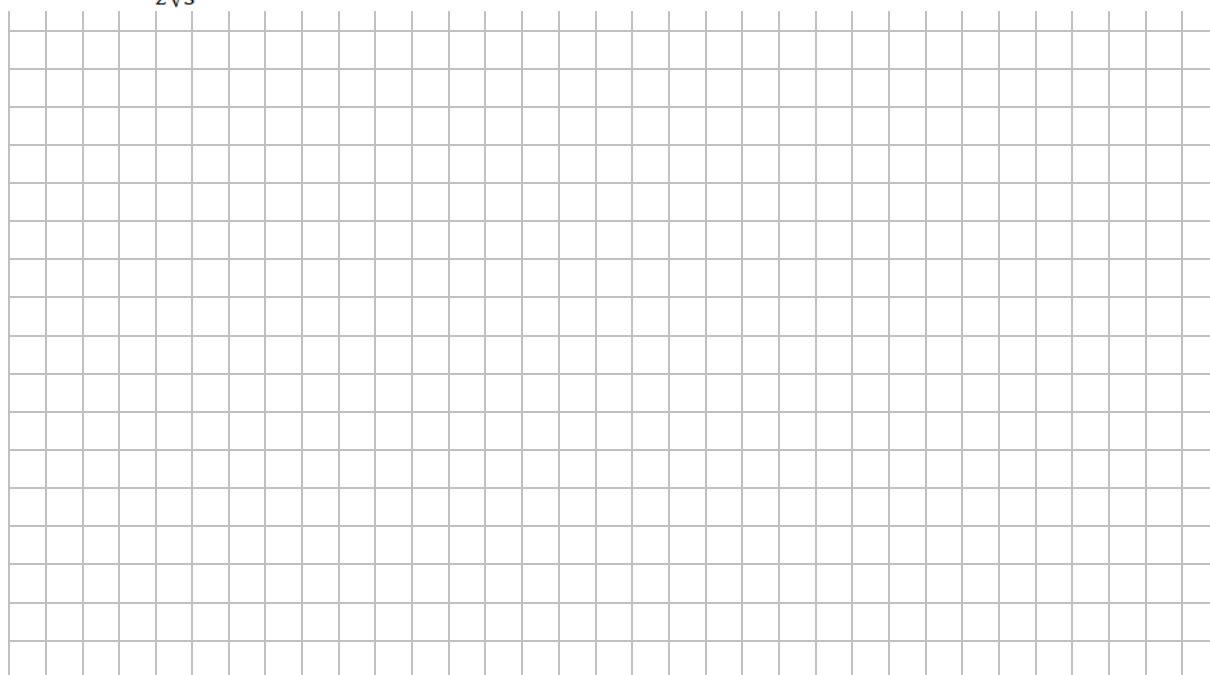
Należy obliczyć:  $\cos \alpha = \frac{2x}{b}$

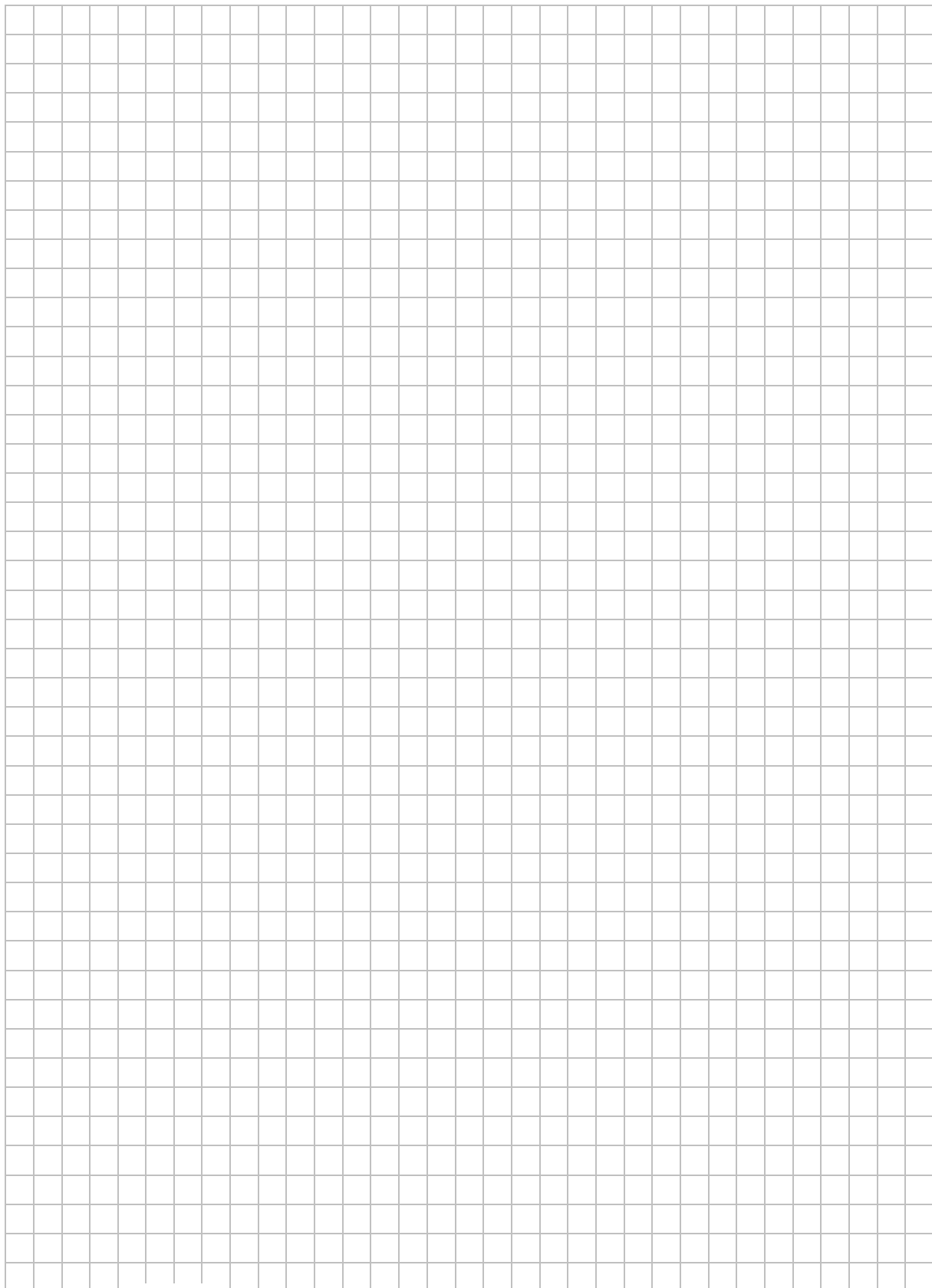
Wysokość podstawy:  $3x = \frac{a\sqrt{3}}{2} \rightarrow x = \frac{a\sqrt{3}}{6} \rightarrow 2x = \frac{a\sqrt{3}}{3}$

$$b^2 = h^2 + \left(\frac{1}{2}a\right)^2 = \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}a\right)^2 = \frac{3}{9}a^2 + \frac{1}{4}a^2 = \frac{12}{36}a^2 + \frac{9}{36}a^2 = \frac{21}{36}a^2 = \frac{7}{12}a^2$$

$$b = \frac{a\sqrt{7}}{2\sqrt{3}}$$

$$\cos \alpha = \frac{2x}{b} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{3}}{\frac{a\sqrt{7}}{2\sqrt{3}}} = \frac{a\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{2\sqrt{3}}{a\sqrt{7}} = \frac{2}{\sqrt{7}} \cdot \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}} = \frac{2\sqrt{7}}{7}$$





$$\frac{2\sqrt{7}}{7}$$

Odpowiedź: 7 .....

<b>Wypełnia egzaminator</b>	<b>Nr zadania</b>	<b>32.</b>
	<b>Maks. liczba pkt</b>	<b>5</b>
	<b>Uzyskana liczba pkt</b>	

**Zadanie 33. (0–4)**

Ze zbioru  $A = \{-3, -2, -1, 1, 2, 3\}$  losujemy liczbę  $a$ , natomiast ze zbioru  $B = \{-1, 0, 1, 2\}$  losujemy liczbę  $b$ . Te liczby są – odpowiednio – współczynnikiem kierunkowym i wyrazem wolnym funkcji liniowej  $f(x) = ax + b$ . Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że otrzymana funkcja  $f$  jest rosnąca i ma dodatnie miejsce zerowe.

Funkcja  $f$  jest rosnąca jeżeli  $a$  jest dodatnie, czyli ze zbioru  $A$  należy wylosować 1 lub 2 lub 3.

Miejsce zerowe funkcji  $f$ :

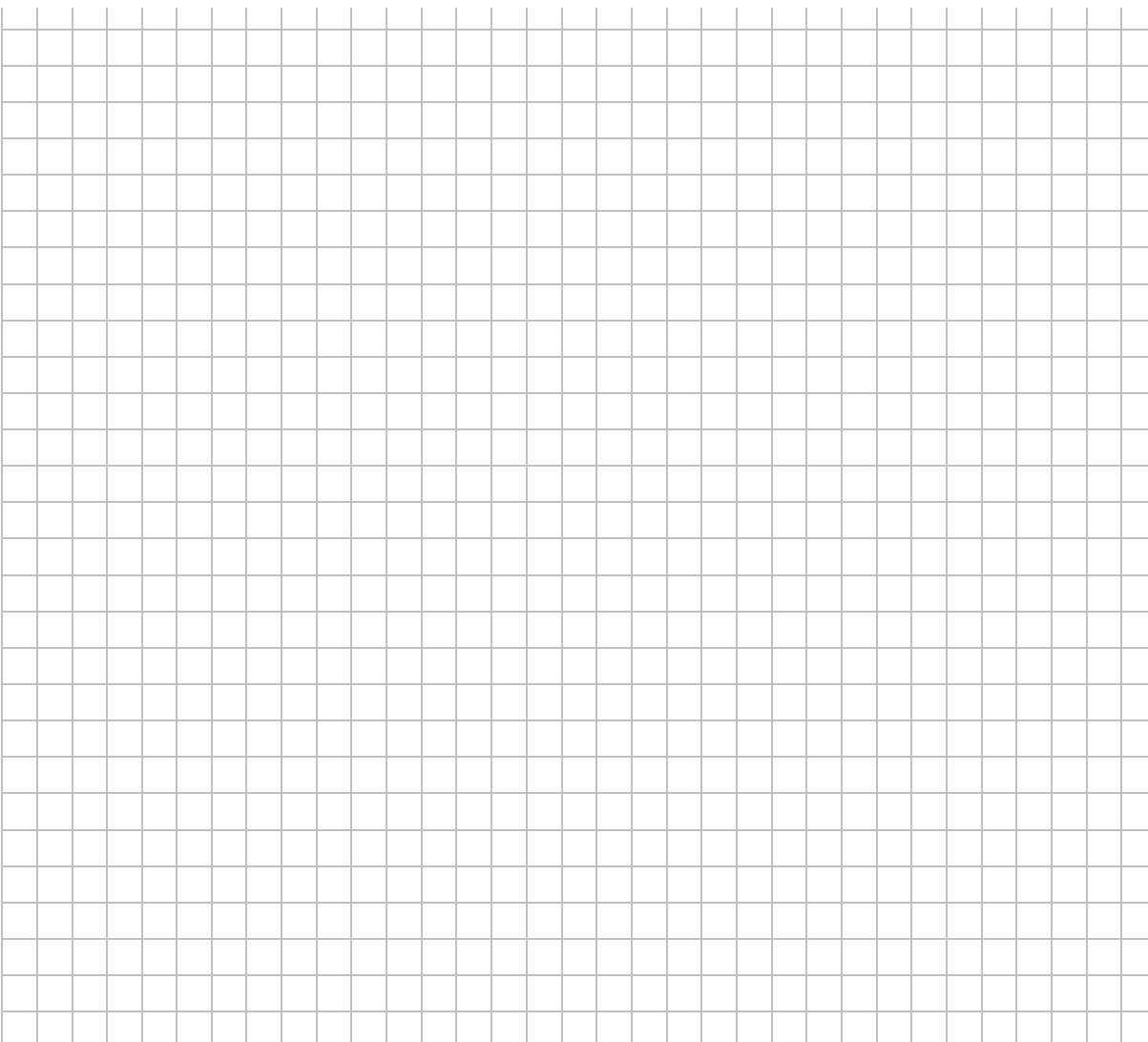
$$0 = ax + b \rightarrow ax = -b \rightarrow x = -\frac{b}{a}$$

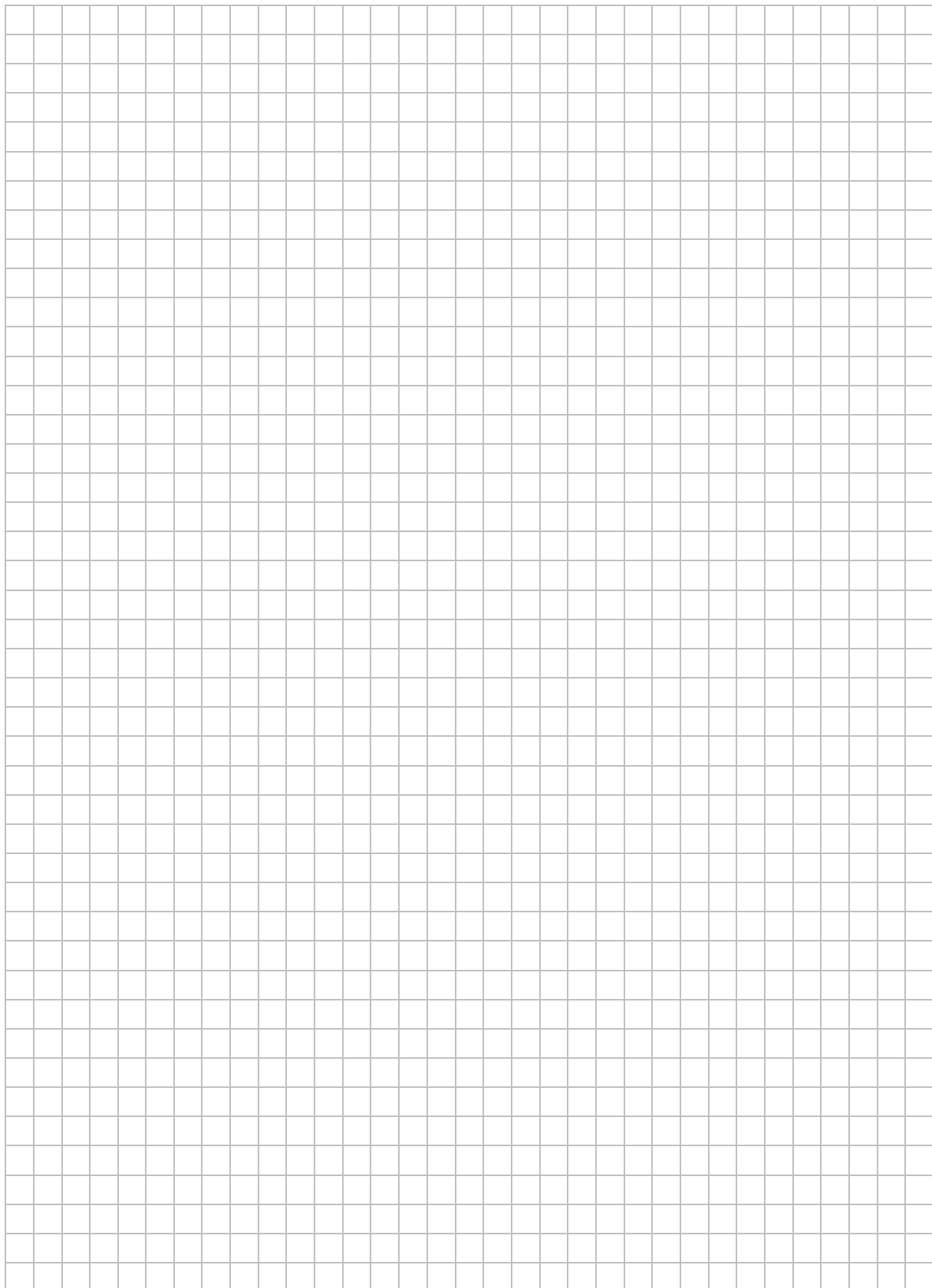
Obliczona wartość  $x$  ma być dodatnia. Skoro  $a$  jest dodatnie (bo ze zbioru  $A$  należy wylosować 1 lub 2 lub 3), to liczba  $b$  musi być ujemna: ze zbioru  $B$  należy wylosować liczbę  $(-1)$ .

Ilość takich losowań, że otrzymana funkcja jest rosnąca i ma dodatnie miejsce zerowe wynosi zatem  $3 \cdot 1 = 3$

Szukane prawdopodobieństwo wynosi:

$$\frac{3}{24} = \frac{1}{8}$$



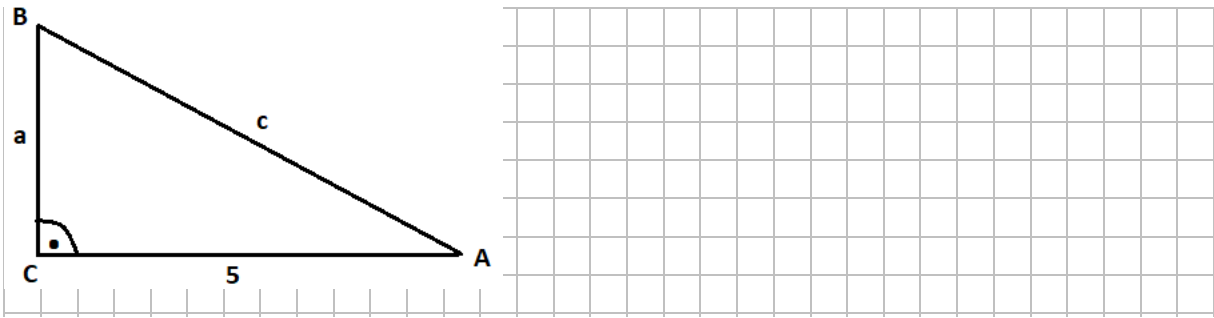


Odpowiedź:  $\frac{1}{8}$  .....

<b>Wypełnia egzaminator</b>	<b>Nr zadania</b>	<b>33.</b>
	<b>Maks. liczba pkt</b>	<b>4</b>
	<b>Uzyskana liczba pkt</b>	

**Zadanie 34. (0–4)**

W trójkącie prostokątnym  $ACB$  przyprostokątna  $AC$  ma długość 5, a promień okręgu wpisanego w ten trójkąt jest równy 2. Oblicz pole trójkąta  $ACB$ .



Ze wzoru na długość promienia okręgu wpisanego w trójkąt prostokątny mamy:

$$r = 2 = \frac{a+5-c}{2} \rightarrow a - c + 5 = 4 \rightarrow a = c - 1$$

Poza tym:  $a^2 + 5^2 = c^2$

$$(c - 1)^2 + 5^2 = c^2$$

$$c^2 - 2c + 1 + 25 = c^2$$

$$2c = 26 \rightarrow c = 13$$

$$a = c - 1 = 12$$

Pole trójkąta:

$$P = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot a = \frac{5}{2} \cdot 12 = 30$$



Odpowiedź: **30** .....

<b>Wypełnia egzaminator</b>	<b>Nr zadania</b>	<b>34.</b>
	<b>Maks. liczba pkt</b>	<b>4</b>
	<b>Uzyskana liczba pkt</b>	

# **BRUDNOPIS (*nie podlega ocenie*)**