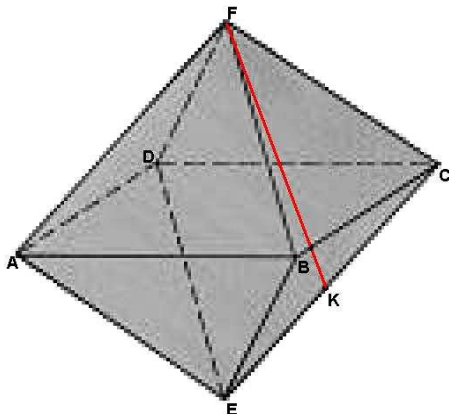
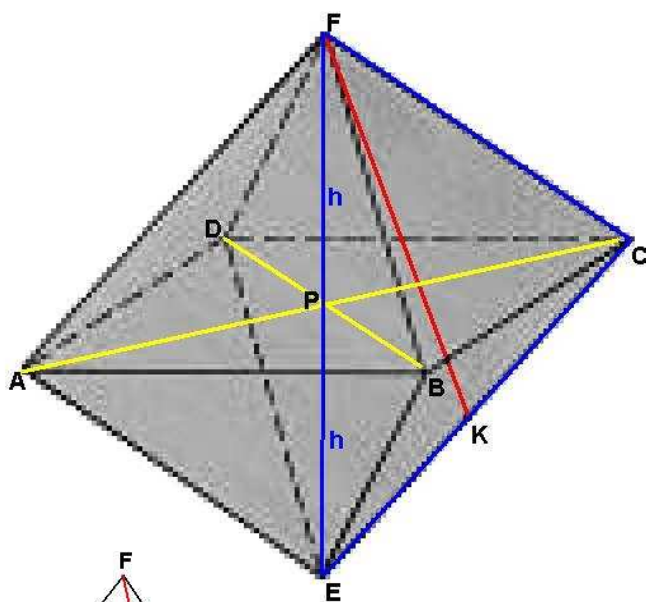


Zadanie o ośmiościanie foremnym

W ośmiościanie foremnym o krawędzi 4cm obrano punkt K w środku odcinka CE (rysunek). Oblicz długość odcinka FK i długość najkrótszej drogi łączącej punkt F z punktem K „idąc” po powierzchni ośmiościanu.



Rozwiązanie



Wysokość ostrosłupa ABCDF:

$$h^2 = |FC|^2 - |PC|^2$$

$$h^2 = 4^2 - \left(\frac{4\sqrt{2}}{2}\right)^2 = 16 - 8 = 8$$

$$h = 2\sqrt{2}$$

W trójkącie ECF:

$$|\sphericalangle ECF| = \alpha$$

Stosujemy twierdzenie cosinusów:

$$= 4^2 + 4^2 - 2 \cdot 4 \cdot 4 \cdot \cos\alpha$$

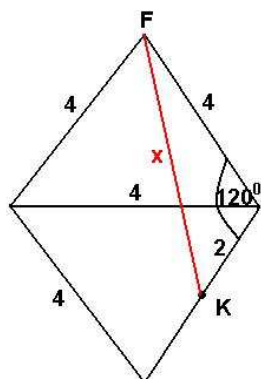
$$32 = 32 - 32\cos\alpha$$

$$\cos\alpha = 0 \Leftrightarrow \alpha = 90^\circ$$

W trójkącie (prostokątnym) KCF

$$\text{oznaczmy } |FK| = y$$

$$y^2 = 4^2 + 2^2 = 20 \Leftrightarrow y = 2\sqrt{5}$$



Idąc po powierzchni: jeżeli sąsiednie ściany boczne rozłożymy tak, by leżały w jednej płaszczyźnie, to otrzymamy widok jak na rysunku obok.

Szukaną najkrótszą drogę obliczymy za pomocą twierdzenia cosinusów.

$$x^2 = 4^2 + 2^2 - 2 \cdot 4 \cdot 2 \cdot \cos 120^\circ$$

$$x^2 = 16 + 8 - 16\cos(180^\circ - 60^\circ)$$

$$x^2 = 24 - 16 \cdot (-\cos 60^\circ)$$

$$x^2 = 24 + 16 \cdot \frac{1}{2} = 24 + 8 = 32$$

$$x = \sqrt{16 \cdot 2} = 4\sqrt{2}$$