

Matura próbna marzec 2004 r.
Profil ogólny

Zad. 1 (8 punktów)

Przedsiębiorca otrzymał w banku kredyt w wysokości 50000 zł oprocentowany w skali 20% za pół roku. Termin spłaty kredytu i okres naliczania odsetek wynosi 2 lata, bez możliwości wcześniejszej spłaty. Zysk z działalności, na którą przedsiębiorca przeznaczył kredyt, wyniósł w pierwszym miesiącu 2020 zł i wzrastał w każdym kolejnym miesiącu średnio o 200 zł. Oblicz, po ilu miesiącach prowadzenia działalności łączny zysk przedsiębiorcy przekroczy kwotę kredytu wraz z odsetkami.

Zad. 2 (10 punktów)

Dane są funkcje: $g(x) = x + 6$ i $f(x) = -0,5x^2 + 4x - 6$

- Wyznacz wzór funkcji h , której wykres jest obrazem wykresu funkcji g w symetrii względem osi OY .
- Wyznacz: współrzędne punktów wspólnych wykresów funkcji f i h , współrzędne punktów przecięcia wykresów tych funkcji z osiami układu współrzędnych, współrzędne wierzchołka paraboli, która jest wykresem funkcji f oraz w jednym układzie współrzędnych sporządź wykresy funkcji f i h .
- Sporządź wykres funkcji k , gdzie $k(x) = -|h(x)|$ i korzystając z wykresów funkcji f oraz k podaj wszystkie pary (x, y) spełniające układ warunków:
$$\begin{cases} x \in \mathbb{N} \wedge x > 4 \\ y \in \mathbb{C} \wedge k(x) \leq y \leq f(x) \end{cases}$$

Zad. 3 (10 punktów)

Dany jest wektor $\vec{u} = [2, -1]$ oraz punkty $A = (-2, 2)$, $B = (2, 4)$ i $S(8, 6)$.

- Wyznacz współrzędne punktu C , wiedząc że wektor \overrightarrow{BC} jest równoległy do wektora \vec{u} , zaś $\overrightarrow{BC} = 3\overrightarrow{BP}$, gdzie P jest punktem styczności okręgu o środku S i prostej BC .
- Wyznacz współrzędne punktu D , jeżeli wiadomo, że czworokąt $ABCD$ jest równoległobokiem i oblicz pole tego równoległoboku.
- Napisz równanie prostej l , do której należy punkt P , wiedząc że prosta ta dzieli równoległobok $ABCD$ na części o równych polach.

Zad. 4 (10 punktów)

Ze zbioru liczb naturalnych należących do przedziału $\langle 1; 12 \rangle$ będziemy losować kolejno, dwie liczby.

Określamy zdarzenia:

A – wylosowano dwie liczby mniejsze od 6.

B – wylosowano dwie liczby, których suma jest podzielna przez 6.

- Oblicz, o ile prawdopodobieństwo zdarzenia A różni się od prawdopodobieństwa zdarzenia B, gdy losowanie będzie bez zwracania.
- Oblicz, o ile prawdopodobieństwo zdarzenia A różni się od prawdopodobieństwa zdarzenia B, gdy losowanie będzie ze zwracaniem.
- Przy którym rodzaju losowania różnica prawdopodobieństw zdarzeń A i B jest mniejsza?

Zad. 5 (12 punktów)

W graniastosłupie prawidłowym sześciokątnym o krawędziach bocznych AA' , BB' , CC' , DD' , EE' , FF' dane są: objętość tego graniastosłupa $V = 24\sqrt{3}$ i $\sin \alpha = 0,25\sqrt{2}$ gdzie, α to miara kąta między przekątnymi $F'B$ i $F'C$.

- Oblicz pole przekroju tego graniastosłupa wyznaczonego przez punkty A , F' i P , gdzie P jest środkiem odcinka EF .

- b. Oblicz $\operatorname{tg}\beta$, gdzie β to miara kąta nachylenia przekroju opisanego w punkcie a. do podstawy $ABCDEF$.