

**Dziedzina funkcji  $y = x^{\frac{1}{3}}$**   
**Problem metodyczny nadesłany przez nauczyciela**

Jeżeli funkcja zadana jest wzorem  $y = x^{\frac{1}{3}}$ , to jej dziedziną jest zbiór  $\mathbb{R}_+ \cup \{0\}$ .  
 W przypadku funkcji  $y = \sqrt[3]{x}$  dziedziną jest  $\mathbb{R}$  ( w ten sposób wyświetlają jej wykres np. kalkulatory, ale już program Derive nie, bo też podaje w dziedzinie  $\mathbb{R}_+ \cup \{0\}$  ).  
 Czy należy uczniom zalecić stosowanie ograniczonej dziedziny w przypadku pierwiastków stopni nieparzystych? Inaczej robi się zamieszanie, bo jak np. ustalić dziedzinę funkcji  $f(x) = |x-1|\sqrt[3]{x}$  i sprawdzić jej różniczkowalność w punkcie  $x_0 = 0$  ?

Przed wszystkim uwaga teoretyczna:

- a)  $f(x) = x^{\frac{1}{3}}$  - potęga o wykładniku ułamkowym jest najczęściej definiowana w zbiorze  $\mathbb{R}_+ \cup \{0\}$
- b)  $f(x) = \sqrt[3]{x}$  - pierwiastek arytmetyczny o wykładniku nieparzystym jest najczęściej definiowany w zbiorze  $\mathbb{R}$ .

Nie spotkałem się z jednoznaczną wskazówką metodyczną, jaką dziedzinę należy przyjmować (choć najnowsze zmiany programowe idą w kierunku określić zgodnych z podanymi definicjami). Brak takich wskazówek prawdopodobnie wynikał z faktu, że problem występuje sporadycznie – rzadkością są zadania związane z pierwiastkami o nieparzystych stopniach, w których jest to istotne.

Zetknąłem się jednak kilkakrotnie z zadaniami, których autorzy przyjmowali, że dziedziną funkcji  $f(x) = x^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{x}$  jest przedział  $\langle 0, \infty \rangle$ .

Przykładowe takie zadanie pochodzące ze zbioru wydawnictwa Aksjomat:

„Rozwiąż graficznie nierówność:  $x^{\frac{1}{3}} + x^2 \leq 2$ ”.

Podany w odpowiedziach wynik został zilustrowany odpowiednim rysunkiem, z którego wynika, że dziedziną nierówności jest przedział  $\langle 0, \infty \rangle$ .

Zasadne jest więc chyba stwierdzenie, że taka zawężona dziedzina funkcji  $f(x) = x^{\frac{1}{n}}$  dla  $n \in \{3, 5, 7, \dots\}$  jest powszechnie przyjmowana w nauczaniu matematyki w szkole średniej, natomiast dziedziną pierwiastka nieparzystego stopnia jest zbiór liczb rzeczywistych.