Tematy zadań – sprawdziany klasa I poziom podstawowy

Elementy logiki

1. **Określ, czy podane wyrażenie jest zdaniem logicznym lub formą zdaniową. Odpowiedź uzasadnij.**
   a) **Liczbą przeciwną do liczby 12 jest liczba x.**
   b) **Czy 12 jest liczbą dodatnią?**
   c) **Liczba 8 jest podzielna przez 5.**
2. **Alternatywa zdań p i q jest fałszywa. Jaką wartość logiczną ma zdanie: $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow \sim (p \wedge q)$? Odpowiedź uzasadnij.**
3. **Oceń wartość logiczną zdania: $(\pi = 3{,}14 \wedge 2 < 7) \vee \sqrt{2\frac{1}{4}} > 1$**
4. **Oceń wartość logiczną zdania: „Istnieje liczba całkowita, której odwrotność jest równa danej liczbie. Zapisz to zdanie używając kwantyfikatorów i symboli matematycznych.**
5. **„Rok 2006 jest rokiem przestępnym i grudzień ma 30 dni”. Podaj zaprzeczenie tego zdania.**
6. **Wyznacz wszystkie liczby spełniające formę zdaniową: $(2x > -3) \Rightarrow \left(\frac{x}{2} \le 3\right)$.**

Zbiór liczb rzeczywistych

Sprawdzian 1

1. **Rozwiąż nierówność $|x+2| \le 3$. Zaznacz zbiór rozwiązań na osi liczbowej, a następnie oceń, czy liczba $\frac{\pi}{2}$ należy do zbioru rozwiązań tej nierówności.**
2. **Cena CD ROM-u wraz z 7% podatkiem VAT wynosiła 252 zł 60 gr. Oblicz jego cenę z 22% podatkiem VAT.**
3. **Oblicz wartość wyrażenia $\frac{1}{4}(2x+2)^2 - (x-1)^2$ dla $x = \left(\frac{64}{125}\right)^{-\frac{1}{3}} \cdot (0{,}25)^{-\frac{3}{2}} \cdot 0{,}1$.**
4. **Wyznacz zbiory:**
   a) $N \cup C$
   b) $(-\infty, 2) \setminus \langle -1, 4)$
   c) $\langle -1, 6) \cap N^{+}$

   gdzie N^{+} - zbiór liczb naturalnych dodatnich, C – zbiór liczb całkowitych
5. **Kamil jechał na rowerze do kolegi z prędkością $15\,\frac{km}{h}$, a wracał tą samą trasą z prędkością $10\,\frac{km}{h}$. Jaka była jego średnia prędkość?**
6. **Usuń niewymierność z mianownika ułamka: $\frac{2}{1+\sqrt{3}+\sqrt{2}}$.**

Sprawdzian 2

1. **Dane są zbiory: $A = (-\infty, 2\rangle$, $B = \left\{-1, 0, \frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{16}{3}\right\}$, $C = (-2, 3\rangle$.**

   Zaznacz dane zbiory na osi liczbowej, a następnie wyznacz zbiory: $A \cap B$, $A \setminus C$, $A \cup C$.

2. Tabela podaje informacje na temat zbiorów płodów rolnych w Kanadzie w latach 1980 i 1981.

	1980	1981
pszenica	24800	27020
żyto	930	890
jęczmień	13720	14070
owies	3100	3770
ziemniaki	2621	2536
kukurydza	6743	5928

   a) Oblicz, o ile procent zbiory ziemniaków w roku 1981 były mniejsze, niż w roku 1980.
   b) Jaki procent wszystkich zbiorów w 1981 roku stanowiły zbiory pszenicy?
   c) O ile procent zbiory wszystkich płodów rolnych były większe w roku 1981, niż w 1980 roku?

3. Porównaj liczby:
$$a=\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)^{3}-\left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)-\left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)^{2}-2\sqrt{5}\left(7+\sqrt{3}\right)$$
$$b=216^{\frac{2}{3}}-7\cdot(0,875)^{-1}+2\frac{2}{3}\cdot\left(20\frac{1}{4}\right)^{0,5}$$

4. Dany jest zbiór $A=\{x: x\in R \wedge |x+4|\geq 3\}$. Zaznacz zbiór A na osi liczbowej. Podaj: liczbę niewymierną i liczbę pierwszą należące do zbioru A.

5. W rodzinie ośmioosobowej średni wzrost wynosi 167 cm. Najwyższą osobą jest najstarszy syn, a średni wzrost pozostałych osób jest równy 165 cm. Jaki wzrost ma najstarszy syn?

6. Znajdź wszystkie pary liczb całkowitych (x,y) spełniające równanie $\left(3+\sqrt{2}\right)x+\left(2-2\sqrt{2}\right)y=16$

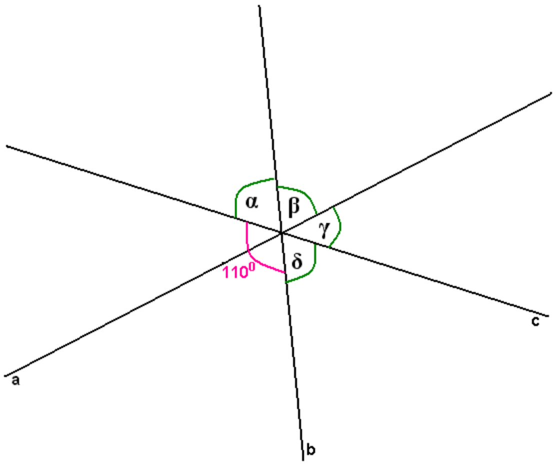
Wektory

1. Dane są punkty A=(-1,3), B=(4,1), C=(-2,-7), D=(4,-5).
   a) Wyznacz współrzędne wektora $\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{CD}$ i jego długość.
   b) Niech $\vec{u}=[2,3]$ i $\vec{v}=[1,1]$. Dla jakich liczb k i m wektor $\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{CD}$ jest przeciwny do wektora $k\vec{u}+m\vec{v}$?
2. Dany jest odcinek o końcach A=(-2,8), B=(3,-2). Wyznacz:
   a) Współrzędne środka odcinka AB.
   b) Współrzędne punktu P, który tak dzieli odcinek AB, że $\frac{|AP|}{|PB|}=\frac{2}{3}$.
3. Oblicz współrzędne wierzchołków C i D równoległoboku ABCD, wiedząc, że A=(-1,-2), B=(6,1), a punktem przecięcia przekątnych AC i BD jest punkt P=(3,2). Wyznacz długości boków równoległoboku.
4. Punkty A=(-1,-2), B=(3,-1), C=(5,2) są kolejnymi wierzchołkami równoległoboku ABCD. Wyznacz współrzędne wierzchołka D. Sprawdź, czy przekątne tego równoległoboku są prostopadłe.

Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie

1. Suma kątów wewnętrznych pewnego wielokąta wypukłego wynosi 900^0. Ile kątów i przekątnych ma ten wielokąt?

2. W trójkącie ABC o obwodzie 14 cm bok BC jest dwa razy dłuższy od boku AB, a bok AC jest o 2 cm dłuższy od boku AB. Oblicz długości boków trójkąta PQT, jeżeli punkty P,Q,T są odpowiednio środkami boków AB, BC i AC.
3. Trzy proste a,b i c Przecinają się w jednym punkcie, a prosta b jest dwusieczną kąta między prostymi a i c. Kąt rozwarty między prostymi b i c ma miarę 110^0. Oblicz miary kątów $\alpha,\beta,\gamma,\delta$ zaznaczonych na rysunku:



4. Punkty C i D dzielą AB na trzy odcinki AC,CD, DB w ten sposób, że $|AC|:|CD|:|DB| = 5:3:4$. Wiedząc, że $|DB| = 16$ cm, oblicz $|AC|$, $|CD|$, $|AB|$. Czy z odcinków AC, CD, AB można zbudować trójkąt? Odpowiedź uzasadnij.
5. W trójkącie prostokątnym ABC przedłużono przeciwprostokątną AB i obrano na przedłużeniach punkty D i E tak, że $|AD| = |AC|$ oraz $|BE| = |BC|$. Wykaż, że $|\angle DCE| = 135^0$.

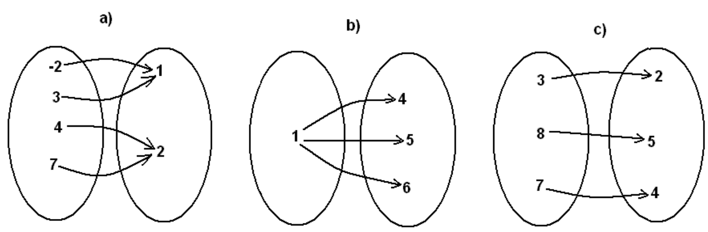
Przekształcenia płaszczyzny

1. Dana jest prosta k o równaniu $y = -2x + 4$. Znajdź równanie prostej l, będącej obrazem prostej k w przesunięciu równoległym o wektor $\vec{u} = [-1,3]$.
2. Dana jest prosta k o równaniu $y = -2x + 4$. Znajdź równanie prostej l, będącej obrazem prostej k w przesunięciu równoległym o wektor $\vec{u} = [-1,3]$.
3. Dana jest prosta k: $y = 2x - 3$. Wyznacz równania obrazów tej prostej w symetriach względem osi układu współrzędnych.

Funkcja i jej własności

Sprawdzian 1

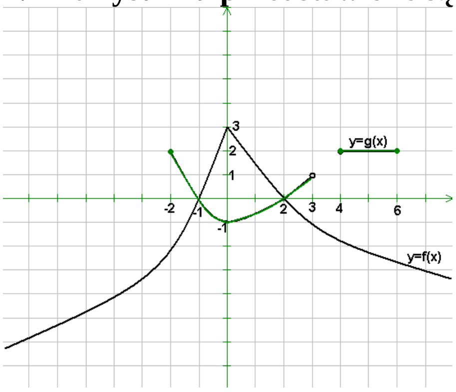
1. Dana jest funkcja $y = 4 - 2x$, $x \in \langle -4,3\rangle \cup (5,\infty)$. Narysuj wykres tej funkcji i określ jej zbiór wartości. Wyznacz miejsca zerowe funkcji f, o ile istnieją.
2. Naszkicuj wykres dowolnej funkcji parzystej, której dziedziną jest przedział $\langle -5,5\rangle$, zbiorem wartości przedział $\langle -1,4\rangle$, i która ma dokładnie trzy miejsca zerowe.
3. Które z grafów opisują funkcję różnowartościową ze zbioru X w zbiór Y? Odpowiedź uzasadnij.



4. Wyznacz miejsca zerowe funkcji $f(x)=\sqrt{4|x|-8}+\sqrt{6-3|x|}$.

<u>Sprawdzian 2</u>

1. Na rysunku przedstawione są wykresy funkcji f i g. Dziedziną funkcji f jest R.



a) Wyznacz dziedzinę i zbiór wartości funkcji g,
b) Dla jakich argumentów spełniona jest nierówność: $g(x)>f(x)$?
c) W jakim przedziale funkcja f jest rosnąca i jednocześnie funkcja g jest malejąca?

2. Wyznacz dziedzinę i miejsca zerowe funkcji (o ile istnieją): $f(x)=\dfrac{8-2x^2}{(x-1)(x+2)}$.
3. Narysuj wykres i określ zbiór wartości funkcji $f(x)=\sqrt{x+1}$ dla $x\in\{-1,0,3,8\}$.
4. Narysuj wykres funkcji $y=\min(2,|x|)$, jeżeli $\min(a,b)=\begin{cases}a & \text{dla } a\le b\\ b & \text{dla } a>b\end{cases}$.

<u>Przekształcenia wykresów funkcji</u>

1. Dana jest funkcja $f(x)=2x^2$. Napisz wzór funkcji, której wykres otrzymamy przesuwając równolegle wykres funkcji f o wektor $\vec{u}=[2,-4]$.
2. Korzystając z wykresu funkcji $y=\sqrt{x}$, narysuj wykres funkcji określonej wzorem $y=-\sqrt{x+1}+4$. Wyznacz dziedzinę i zbiór wartości otrzymanej funkcji.
3. Jakich przekształceń należy dokonać, aby korzystając z wykresu funkcji $y=\dfrac{1}{x}$ otrzymać wykres funkcji określonej wzorem: $y=-\dfrac{1}{x+4}$? Wyznacz dziedzinę i zbiór wartości otrzymanej funkcji.

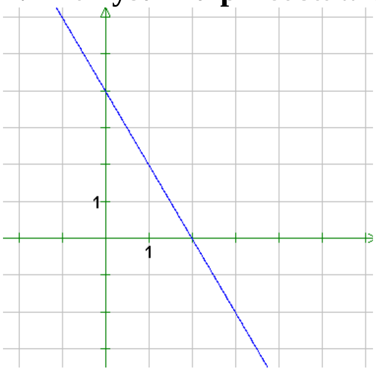
<u>Trygonometria</u>

1. Promienie słoneczne padają na ziemię pod kątem 30^0. Oblicz długość cienia, który rzuca drzewo mające wysokość 15 m.
2. Punkt O jest środkiem okręgu, a punkty A i B leżą na okręgu. Oblicz miarę łukową kąta AOB, jeśli:
   a) długość promienia okręgu wynosi 5,5 cm, a długość luku, na którym oparty jest kąt AOB wynosi 11 cm.
   b) miara stopniowa kąta AOB jest równa 105^0.
3. Narysuj wykres funkcji $y=\sin\left(x-\dfrac{\pi}{3}\right)+1$
4. Oblicz $\mathrm{tg}\alpha+\mathrm{ctg}\alpha$ wiedząc, że $\sin\alpha=-\dfrac{1}{2}$ i $\alpha\in\left(\dfrac{\pi}{2},\dfrac{3}{2}\pi\right)$.
5. Wyznacz zbiór wartości funkcji $y=\cos\left(\dfrac{\pi}{4}\sin x\right)$.

Funkcja liniowa

Sprawdzian 1

1. **Średnie zużycie paliwa dla forda focusa wynosi 6,5 l na 100 km.**
   a) **Opisz zależność ilości zużytego paliwa od przebytej drogi za pomocą równania i narysuj wykres tej zależności.**
   b) **Przyjmując, że pojemność baku wynosi 55 l, oblicz, jaką najdłuższą drogę może przebyć ten samochód bez uzupełniania paliwa.**
2. **Na rysunku przedstawiono wykres pewnej funkcji liniowej:**



a) Odczytaj z wykresu miejsca zerowe tej funkcji.
b) Dla jakich argumentów funkcja przyjmuje wartości ujemne?
c) Czy jest to funkcja różnowartościowa?
d) Napisz wzór tej funkcji.

3. **Rozwiąż algebraicznie układ równań:**

$$\begin{cases} (x-1)^2-(x-2)(x+2)=(y+1)^2-(y-3)^2-5 \\ \frac{x-y}{2}-\frac{x+y}{3}=-1{,}5 \end{cases}$$

4. **Mąż i żona mają zgromadzone własne oszczędności na dwóch oddzielnych kontach w banku. Jeżeli mąż oddałby żonie 400 zł, to miałby na koncie sumę o $14\frac{2}{7}\%$ większą niż żona. Jeżeli natomiast żona oddałaby mężowi 400 zł, to stan konta męża byłby dwa razy większy, niż stan konta żony. Jakie oszczędności mają w banku małżonkowie?**
5. **Wyznacz funkcję liniową f, która dla każdego $x \in R$ spełnia warunek $f(4x+8)=2x+11$**

Sprawdzian 2

1. **W tabeli podano dwa plany taryfowe w ofercie sieci komórkowej:**

Plan taryfowy	Idea Optima 15	Idea Optima 30
Wysokość abonamentu	30 zł	40 zł
Liczba bezpłatnych minut i bezpłatnych sms-ów w abonamencie (koszt 1 min. =koszt 4 sms-ów)	15 minut lub 60 SMS	30 minut lub 120 SMS
Koszt 1 min. po przekroczeniu pakietu bezpłatnych minut	1 zł 65 gr	1 zł 35 gr
Koszt pojedynczego sms-a po przekroczeniu pakietu bezpłatnych sms-ów	24 gr	24 gr

   a) **Który plan taryfowy powinna wybrać osoba, która rozmawia średnio 20 minut miesięcznie? Odpowiedź uzasadnij.**
   b) **Dla obu planów taryfowych napisz wzory wyrażające zależności między wysokością rachunku, a liczbą wykorzystanych dodatkowych minut dla osoby, która nie wysyła dodatkowych sms-ów.**
2. **Wiadomo, że funkcja liniowa f przyjmuje wartości ujemne tylko dla x>6, a jej wykres przechodzi przez punkt A=(-1,7). Funkcja g jest określona wzorem g(x)=2x.**

Wyznacz wzór funkcji f , narysuj wykresy obydwu funkcji, a następnie rozwiąż graficznie nierówność $f(x) \le g(x)$.

3. **Narysuj wykres funkcji**

$$F(x) = \begin{cases} -2x-4 & \text{dla } x \in (-\infty,-3) \\ -x-1 & \text{dla } x \in \langle -3,0) \\ \frac{1}{2}x-1 & \text{dla } x \in \langle 0,\infty) \end{cases}$$

   a) **Na podstawie wykresu wyznacz miejsca zerowe tej funkcji.**
   b) **Oblicz wartość wyrażenia: $F(-5)+F(2\sqrt{3})$.**

4. **Rozwiąż układ nierówności:** $\begin{cases} \frac{(2x-1)^2}{2} < 2x^2 - \frac{x+1}{3} \\ -1 \le 3-2x < 5 \end{cases}$

5. **Jaką figurę tworzą wszystkie punkty przecięcia prostej $y=-2x+k+2$ z prostą $y = x-2k+1$ dla $k \in R$?**