**PRÓBNY EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI**
**(OKE Łódź)**
**POZIOM PODSTAWOWY**
**7 MARCA 2008**

## Zadanie 1 (3pkt)

**Rozwiąż nierówność $2x^2 < -260 + 53x$. Podaj wszystkie liczby całkowite, które spełniają tę nierówność.**

***********************************************************************

***********************************************************************

## Zadanie 2 (6pkt)

**Dany jest wielomian $W(x) = x^3 + 2x^2 - 9x - 18$.**

a) **Wyznacz pierwiastki tego wielomianu.**

b) **Sprawdź, czy wielomiany $W(x)$ i $P(x) = (x+2)(x^2 - 2x + 4) + (x+2)(2x - 13)$ są równe.**

c) **Uzasadnij, że jeśli $x > \sqrt{10}$, to $x^3 + 2x^2 - 9x - 18 > 0$.**

***********************************************************************

***********************************************************************

## Zadanie 3 (3pkt)

**Każdej karcie bankomatowej jest przypisany numer identyfikacyjny zwany kodem PIN. Kod ten składa się z czterech cyfr (cyfry mogą się powtarzać, ale kodem PIN nie może być 0000). Oblicz prawdopodobieństwo, że w losowo utworzonym kodzie PIN żadna cyfra się nie powtórzy. Wynik podaj w postaci ułamka nieskracalnego.**

***********************************************************************

***********************************************************************

## Zadanie 4 (3pkt)

**Dla dowolnych liczb rzeczywistych a i b określamy liczby $a \circ b$ i $a * b$ w następujący sposób:**

$a \circ b =$ **liczba nie mniejsza spośród liczb a i b,**

$a * b =$ **liczba nie większa spośród liczb a i b.**

**Na przykład: $7 \circ 3 = 7, 15 \circ 15 = 15, 7 * 3 = 3, (-6) * 4 = -6, (-3) * (-3) = -3$.**

**Oblicz**

a) $(-5) \circ 4 =$

b) $(2005 * 2007) \circ (-2006)$

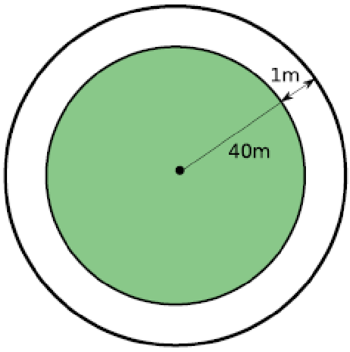
c) $(5 \circ 6) * (2 \circ 7)$

***********************************************************************

***********************************************************************

## Zadanie 5 (3pkt)

**Ogrodnik opiekujący się klombem w kształcie koła o promieniu 40 m chce go powiększyć, sadząc wokół niego kwiatki na grządce o szerokości 1 m (patrz rysunek). Oblicz, o ile procent ogrodnik chce powiększyć powierzchnię tego klombu.**




************************************************************************
************************************************************************

## Zadanie 6 (5pkt)

**Nieskończony ciąg liczbowy $(a_n)$ dla $n \geq 1$ jest określony wzorem**

$$a_n = \begin{cases} \frac{n+1}{2} & gdy\ n\ jest\ nieparzyste \\ 0 & gdy\ n\ jest\ parzyste \end{cases}$$

a) **Uzupełnij tabelkę:**

| $n$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | ... | 2005 | 2006 | 2007 | 2008 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $a_n$ | 1 | 0 | | | | ... | | | | |

b) **Oblicz $(a_{2005})^{a_{2006}} \cdot (a_{2006})^{a_{2007}} \cdot (a_{2007})^{a_{2008}}$**

c) **Oblicz sumę 2008 początkowych wyrazów ciągu $(a_n)$.**

************************************************************************
************************************************************************

## Zadanie 7 (3pkt)

**Z krawędzi dachu podrzucono kamień, który po 2 sekundach spadł na ziemię. Wysokość (wyrażoną w metrach), na jakiej znajdował się kamień nad ziemią po upływie t sekund od chwili jego podrzucenia, opisuje funkcja $h(t) = -5t^2 + 5t + 10$, gdzie $t \in \langle 0, 2 \rangle$.**

a) **Podaj, z jakiej wysokości (od ziemi) kamień został podrzucony.**

b) **Oblicz, po jakim czasie od momentu podrzucenia kamień osiągnął największą wysokość.**

c) **Oblicz największą wysokość (od ziemi), na jaką wzniósł się ten kamień.**

************************************************************************
************************************************************************

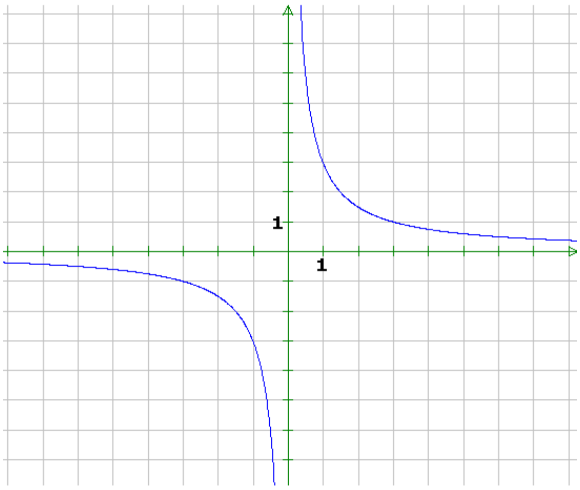
## Zadanie 8 (4pkt)

**Na rysunku przedstawiony jest wykres funkcji f określonej wzorem $f(x) = \frac{3}{x}$ dla $x \neq 0$. Wykres ten przesunięto o 2 jednostki w górę wzdłuż osi Oy. Otrzymano w ten sposób wykres funkcji g o wzorze $g(x) = \frac{3}{x} + 2$ dla $x \neq 0$.**

a) **Narysuj wykres funkcji g.**

b) **Oblicz największą wartość funkcji g w przedziale $\langle 21, 31 \rangle$.**

c) **Podaj, o ile jednostek wzdłuż osi Ox należy przesunąć wykres funkcji g, aby otrzymać wykres funkcji przechodzący przez początek układu współrzędnych.**

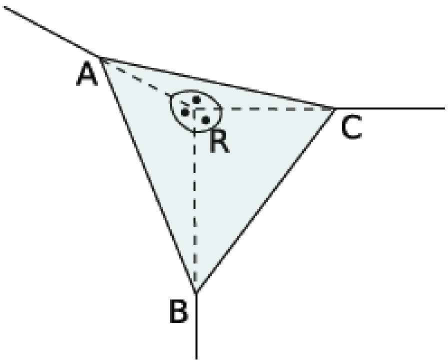



*************************************************************************

*************************************************************************

## Zadanie 9 (4pkt)

**Narożnik między dwiema ścianami i sufitem prostopadłościennego pokoju należy zamaskować trójkątnym fragmentem płyty gipsowo-kartonowej (patrz rysunek). Wiedząc, że $RA = RB = RC = 1m$ oblicz objętość narożnika zamaskowanego tą płytą. Wynik zaokrąglij do $0,01m^3$.**

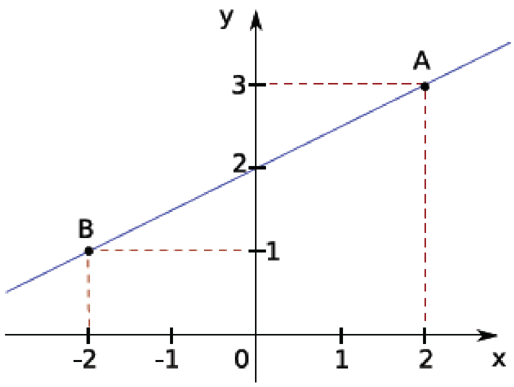



*************************************************************************

*************************************************************************

## Zadanie 10 (4pkt)

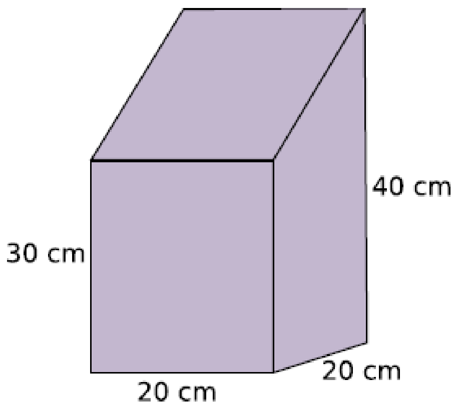
**Na płaszczyźnie dane są punkty $A = (2,3)$ i $B = (-2,1)$ (patrz rysunek). Zbadaj, czy punkty $K = (36,21)$ i $L = (-37,15)$ leżą po tej samej stronie prostej AB. Podaj odpowiedź i jej uzasadnienie.**



**********************************************************************
**********************************************************************

## Zadanie 11 (4pkt)

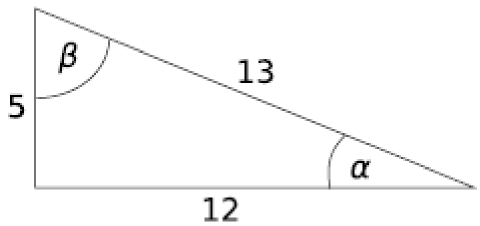
**Spawacz ma wykonać z blachy konstrukcję, której podstawą jest kwadrat a ściany boczne są prostopadłe do płaszczyzny podstawy. Wymiary elementów są podane na rysunku. Oblicz pole powierzchni tej konstrukcji (wszystkich sześciu ścian). Wynik podaj z zaokrągleniem do $1cm^2$.**




**********************************************************************
**********************************************************************

## Zadanie 12 (4pkt)

**Na rysunku oznaczono kąty oraz podano długości boków trójkąta prostokątnego. Oblicz, które z wyrażeń ma większą wartość: $\operatorname{tg}\alpha \cdot \sqrt{1-\cos^2\beta} + \sin\alpha$ , czy $\operatorname{tg}\beta \cdot \sqrt{1-\cos^2\alpha} + \sin\beta$.**




**********************************************************************
**********************************************************************

## Zadanie 13 (4pkt)

**Właściciel kiosku notował liczbę biletów komunikacji miejskiej sprzedanych w kolejnych godzinach. Wyniki obserwacji zapisał w tabeli.**

| Czas obserwacji | Liczba biletów |
|---|---|
| 5:00–6:00 | 2 |
| 6:00–7:00 | 3 |
| 7:00–8:00 | 9 |
| 8:00–9:00 | 8 |
| 9:00–10:00 | 6 |
| 10:00–11:00 | 4 |
| 11:00–12:00 | 3 |
| 12:00–13:00 | 3 |
| 13:00–14:00 | 3 |
| 14:00–15:00 | 5 |
| 15:00–16:00 | 8 |
| 16:00–17:00 | 6 |

a) **Oblicz średnią liczbę biletów sprzedawanych w ciągu 1 godziny.**
b) **Wynikiem „typowym” nazywamy wynik, który rożni się od średniej o mniej niż jedno odchylenie standardowe. Podaj wszystkie godziny, w których liczba sprzedanych biletów nie była „typowa”.**