

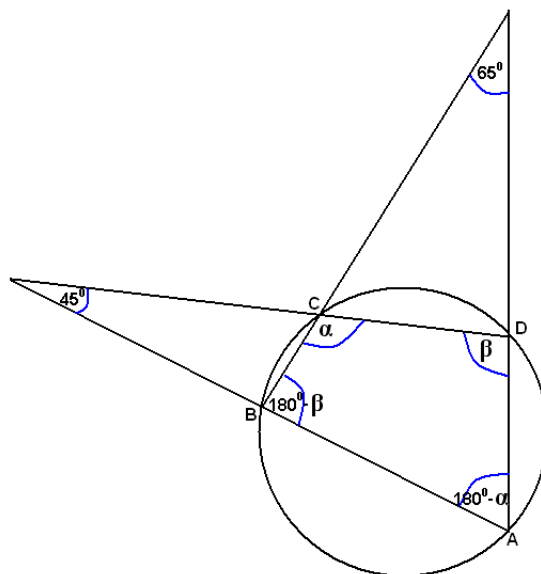
Matematyka – rozszerzona - sprawdziany

Własności figur geometrycznych na płaszczyźnie

Zadanie 1.

Wyznacz kąty czworokąta wpisanego w okrąg, wiedząc, że przedłużenia przeciwległych boków przecinają się, tworząc kąty o miarach 45° i 65° .

Rozwiązanie:



Suma miar kątów trójkąta wynosi 180° , dlatego:

$$\begin{cases} 180^\circ - \alpha + \beta + 45^\circ = 180^\circ \\ 180^\circ - \alpha + 180^\circ - \beta + 65^\circ = 180^\circ \end{cases}$$

$$\begin{cases} -\alpha + \beta = -45^\circ \\ \alpha + \beta = 245^\circ \end{cases}$$

$$2\beta = 200^\circ$$

$$\beta = 100^\circ$$

$$\alpha = 245^\circ - \beta = 245^\circ - 100^\circ = 145^\circ$$

$$180^\circ - \alpha = 180^\circ - 145^\circ = 35^\circ$$

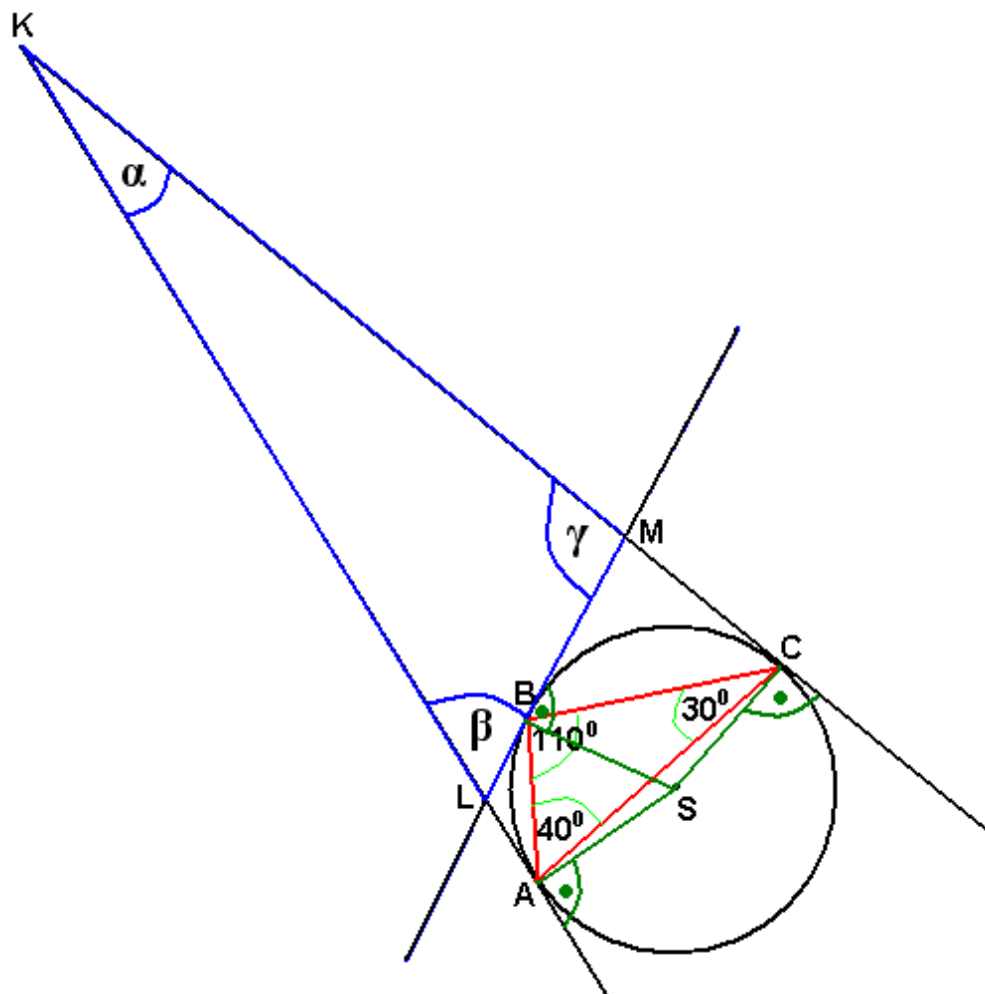
$$180^\circ - \beta = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$$

Kąty czworokąta: 100° , 145° , 35° , 80° .

Zadanie 2.

W dany okrąg wpisano trójkąt ABC, którego kąty mają miary 30° , 40° , 110° . W punktach A, B, C poprowadzono styczne do okręgu. Oblicz miary kątów trójkąta KLM, utworzonego przez punkty przecięcia tych stycznych.

Rozwiązanie:



Kąt środkowy BSC jest oparty na tym samym łuku okręgu, co kąt wpisany BAC, dlatego $|\angle BSC| = 2 \cdot 40^\circ = 80^\circ$.

Ponieważ dwa kąty czworokąta BSCM są proste, więc

$$|\angle BMC| = 180^\circ - |\angle BSC| = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ.$$

$$\text{Stąd: } \gamma = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ.$$

Podobnie kąt środkowy BSA jest oparty na tym samym łuku okręgu, co kąt wpisany ACB, dlatego $|\angle BSA| = 2 \cdot 30^\circ = 60^\circ$.

Stąd w czworokącie ASBL:

$$|\angle ALB| = 180^\circ - |\angle BSA| = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

$$\beta = 180^\circ - |\angle ALB| = 180^\circ - 120^\circ = 80^\circ$$

$$\alpha = 180^\circ - (\beta + \gamma) = 180^\circ - (80^\circ + 60^\circ) = 40^\circ$$

Szukane kąty: $80^\circ, 60^\circ, 40^\circ$.

Zadanie 3.

Wykaż, że dwusieczne kątów wewnętrznych równoległoboku przecinają się w punktach, które są wierzchołkami prostokąta.