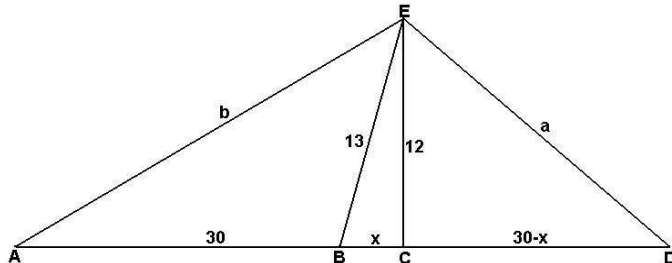


Rozwiązania 18 zadań z planimetrii

Zadanie 1

Podstawa trójkąta ma długość 60cm, wysokość 12cm, a środkowa poprowadzona do podstawy 13cm. Oblicz długości boków trójkąta.

Rozwiązanie



W trójkącie BCE:

$$x^2 + 12^2 = 13^2$$

$$x^2 = 169 - 144 = 25$$

$$x = 5$$

W trójkącie CDE:

$$a^2 = 12^2 + (30 - 5)^2 = 144 + 625 = 769$$

$$a = \sqrt{769}$$

W trójkącie ACE:

$$b^2 = 12^2 + (30 + 5)^2 = 144 + 1225 = 1369$$

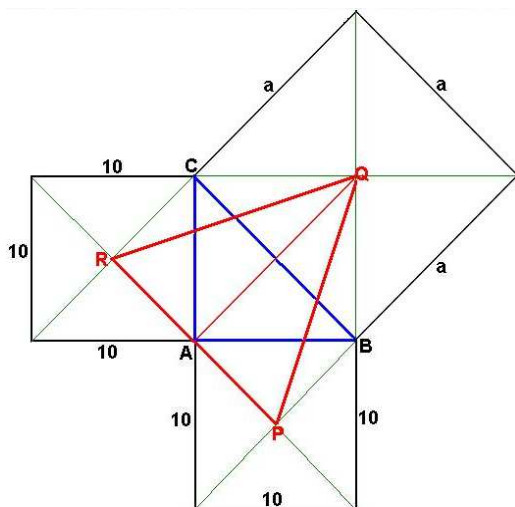
$$b = 37$$

Długości nieznanych boków wynoszą: $\sqrt{769}$ cm oraz 37 cm.

Zadanie 2

Na bokach równoramiennego trójkąta prostokątnego o przyprostokątnej długości 10cm zbudowano kwadraty na zewnątrz boków. Środki tych kwadratów połączono odcinkami. Oblicz pole otrzymanego trójkąta.

Rozwiązanie



Podstawa PR trójkąta PQR ma długość równą długości przekątnej kwadratu o boku 10:

$$|PR| = 10\sqrt{2}$$

Wysokość AQ trójkąta PQR ma długość równą długości przekątnej kwadratu ABQC o boku 10:

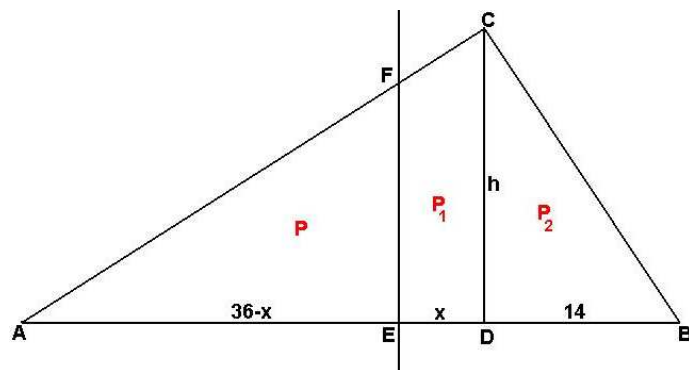
$$|AQ| = 10\sqrt{2}$$

Pole trójkąta PQR:

$$P = \frac{1}{2} \cdot 10\sqrt{2} \cdot 10\sqrt{2} = 100 \text{ [cm}^2\text{]}$$

Zadanie 3

Podstawa trójkąta jest podzielona przez wysokość na części równe 36cm i 14cm. Prosta poprowadzona prostopadłe do podstawy dzieli pole danego trójkąta na połowy. Na jakie części prosta ta dzieli podstawę trójkąta?

Rozwiązanie

$$P_{AEF} = P_{EBCF} = P$$

Trójkąty AEF i ADC są podobne. Skala podobieństwa tych trójkątów wynosi $k = \frac{36-x}{36}$

Wobec tego:

$$\frac{P_{AEF}}{P_{ADC}} = \frac{P}{P + P_1} = k^2$$

$$(P + P_1) \cdot k^2 = P$$

$$Pk^2 + P_1k^2 = P$$

$$P(1 - k^2) = P_1k^2$$

$$P_1 = \frac{1 - k^2}{k^2} \cdot P$$

...

$$P + P_1 = \frac{1}{2} \cdot 36h = 18h$$

$$P_2 = \frac{1}{2} \cdot 14h = 7h$$

$$\frac{P + P_1}{P_2} = \frac{18h}{7h} = \frac{18}{7}$$

$$P_2 = \frac{7}{18}(P + P_1)$$

...

$$P = P_1 + P_2$$

$$P = \frac{1 - k^2}{k^2} \cdot P + \frac{7}{18}(P + P_1) = \frac{1 - k^2}{k^2} \cdot P + \frac{7}{18} \left(P + \frac{1 - k^2}{k^2} \cdot P \right)$$

$$P = \frac{1 - k^2}{k^2} \cdot P + \frac{7}{18}P + \frac{7}{18} \cdot \frac{1 - k^2}{k^2} \cdot P$$

$$1 = \frac{1 - k^2}{k^2} + \frac{7}{18} + \frac{7}{18} \cdot \frac{1 - k^2}{k^2}$$

$$18k^2 = 18(1 - k^2) + 7k^2 + 7(1 - k^2)$$

$$18k^2 = 18 - 18k^2 + 7k^2 + 7 - 7k^2$$

$$36k^2 = 25$$

$$k^2 = \frac{25}{36} \quad \Leftrightarrow \quad k = \frac{5}{6}$$

...